

ریاضی هفتم

مقطع اول

(نکات و خلاصه درس)



(تمامی حقوق متعلق به مجتمع
آموزشی و پژوهشی ثمین می باشد.)



فصل اول: راهبردهای حل مسئله

چگونه مسئله را حل کنیم؟

در حل یک مسئله، چهار مرحله وجود دارد:

مرحله اول: فهمیدن مسئله

برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید. کارهای زیر می‌تواند شما را در درک بهتر مسئله کمک کند:

- (۱) مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- (۲) مسئله را خلاصه کنید.
- (۳) داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- (۴) خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- (۵) شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- (۶) مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.

مرحله دوم: انتخاب راهبرد مناسب

در دوره‌ی ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید. دانستن نام و کاربرد هر راهبرد، به شما کمک می‌کند تا آن‌ها را مرور کنید و دریابید که کدام یک برای حل مسئله ممکن است مفید باشد. این راهبردها عبارت بودند از:

- (۱) رسم شکل
- (۲) الگوسازی
- (۳) حذف حالت‌های نامطلوب
- (۴) الگویابی
- (۵) حدس و آزمایش
- (۶) زیرمسئله
- (۷) حل مسئله‌ی ساده‌تر
- (۸) روش‌های نمادین

مرحله سوم: حل کردن مسئله

با راهبردی که انتخاب می‌کنید، شروع به حل مسئله کنید و اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی‌رسد، به مرحله‌ی دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. شاید هم لازم باشد به مرحله‌ی اول برگردید؛ زیرا ممکن است نکته‌ای در مسئله وجود داشته باشد که شما هنوز به آن توجه نکرده‌اید.

مرحله‌ی چهارم: بازگشت به عقب

حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی‌شود. ابتدا پاسخ ریاضی خود را با توجه به موضوع مسئله تفسیر کنید و ببینید که آیا پاسخ شما همان خواسته‌ی مسئله است. آیا جواب شما منطقی است؟ می‌توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.

راهبردهای حل مسئله

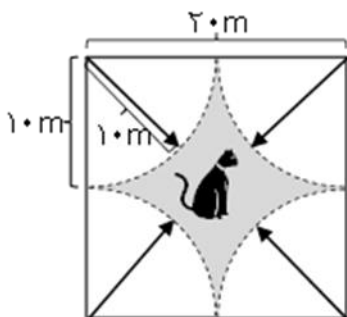
راهبرد رسم شکل

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می‌توانید برای این کار شکل‌های ساده بکشید.

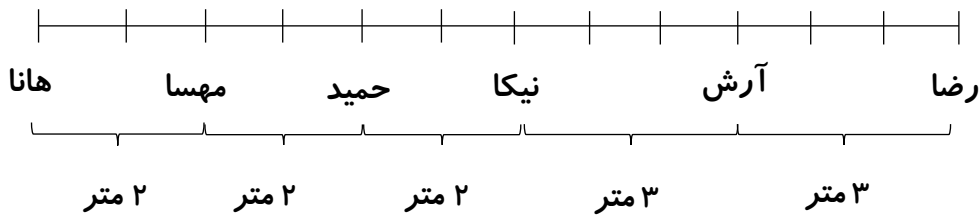
مثال‌ها

مثال: گربه‌ای بیچاره از پنجره‌ی اتاق به درون حیاطی مربع شکل به ضلع ۲۰ متر می‌افتد. چهار سنگ با طناب‌هایی به طول ۱۰ متر به چهار گوشه‌ی این حیاط بسته شده‌اند. آیا جایی در حیاط وجود دارد که گربه‌ی بیچاره از دست سنگ‌ها در امان باشد؟

پاسخ: طول طناب‌ها ۱۰ متر است، در نتیجه هر سنگ می‌تواند تا شعاع ۱۰ متری خود حرکت کند. پس منطقه‌ای که در شکل تیره شده است، منطقه‌ای امن برای گربه است و هیچ سنگی نمی‌تواند به آن وارد شود!



مثال: هانا، نیکا، مهسا، حمید، آرش و رضا در یک مسابقه‌ی دو ۸۰۰ متر شرکت کردند. در پایان آرش هفت متر از مهسا جلوتر بود، هانا دوازده متر عقب‌تر از رضا بود، آرش پنج متر از حمید جلوتر، ولی سه متر از رضا عقب‌تر بود و فاصله‌ی نیکا از نفر اول و نفر آخر به یک اندازه بود. آن‌ها با چه ترتیبی مسابقه را تمام کردند؟ فاصله‌های بین هر دو نفر از آن‌ها چه قدر بود؟ طبق شکلی که رسم کرده‌ایم، ترتیب اتمام مسابقه و فاصله‌ی بین هر دو نفر آن‌ها مشخص است.



راهبرد الگوسازی

برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای اینکه هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آن‌ها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد تفکر نظام‌دار نیز می‌گویید.

مثال: یک هندوانه‌ی ۱۰ کیلویی را در یک طرف ترازو گذاشته‌ایم و با گذاشتن وزنه در طرف دیگر ترازو، می‌خواهیم تعادل ترازو را برقرار کنیم. اگر تعداد دلخواهی وزنه‌های ۱، ۲ و ۵ کیلویی داشته باشیم، به چند حالت این کار ممکن است؟

پاسخ: اول فرض می کنیم تنها از دو وزنه ۵ کیلویی استفاده می کنیم. فقط یک حالت وجود دارد:

$$۱) ۱۰ = ۵ + ۵$$

سپس فرض می کنیم فقط از یک وزنه ۵ کیلویی استفاده می کنیم. به جای ۵ کیلوی باقی مانده از دو وزنه ۲ کیلویی و یک وزنه ۱ کیلویی استفاده می کنیم. و بعد از آن هر بار یک وزنه ۲ کیلویی را به دو وزنه ۱ کیلویی تبدیل می کنیم:

$$۲) ۱ + ۲ + ۲ + ۵ = ۱۰$$

$$۳) ۱ + ۱ + ۱ + ۲ + ۵ = ۱۰$$

$$۴) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۵ = ۱۰$$

و در نهایت از وزنه ۵ کیلویی استفاده نمی کنیم. ابتدا از پنج وزنه ۲ کیلویی استفاده کرده و هر بار یک وزنه ۲ کیلویی را کم می کنیم و دو وزنه ۱ کیلویی اضافه می کنیم:

$$۵) ۲ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ = ۱۰$$

$$۶) ۱ + ۱ + ۲ + ۲ + ۲ + ۲ = ۱۰$$

$$۷) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۲ + ۲ + ۲ = ۱۰$$

$$۸) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۲ + ۲ = ۱۰$$

$$۹) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۲ = ۱۰$$

$$۱۰) ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ = ۱۰$$

مثال: پروانه پانزده سکه‌ی ۱۰ تومانی دارد. او می‌خواهد سکه‌هایش را در سه دسته قرار دهد، به طوری که در هر دسته تعداد سکه‌ها فرد باشد. پروانه به چند حالت می‌تواند این کار را انجام دهد؟

دسته‌ی اول	۱	۱	۱	۱	۳	۳	۵
دسته‌ی دوم	۱	۳	۵	۷	۳	۵	۵
دسته‌ی سوم	۱۳	۱۱	۹	۷	۹	۷	۵

از آنجایی که تفاوتی بین دسته‌ها وجود ندارد، حالت‌هایی مانند دسته‌ی اول ۷ سکه، دسته‌ی دوم ۷ سکه و دسته‌ی سوم یک سکه را به عنوان حالت تکراری در نظر گرفته و نوشتیم.

راهبرد حذف حالت های نامطلوب

به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آنگاه پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آیند. برای پیدا کردن تمام حالت های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت ها بدست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت های نامطلوب را حذف کنید.

مثال

علی عدد حسابی و کوچکتر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سوال که پاسخ آن ها فقط بله یا خیر است، عدد مورد نظر او را پیدا کنید. یک روش طرح سوال همراه با نظم و ترتیب برای رسیدن به پاسخ بنویسید.

۱- آیا این عدد از ۵۰ بزرگتر است؟

۲- آیا این عدد فرد است؟

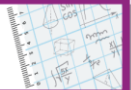
۳- اگر عدد از ۵۰ بزرگتر است، آیا از ۷۵ هم بزرگتر است؟

۴- اگر عدد از ۵۰ کوچکتر است، آیا از ۲۵ هم کوچکتر است؟

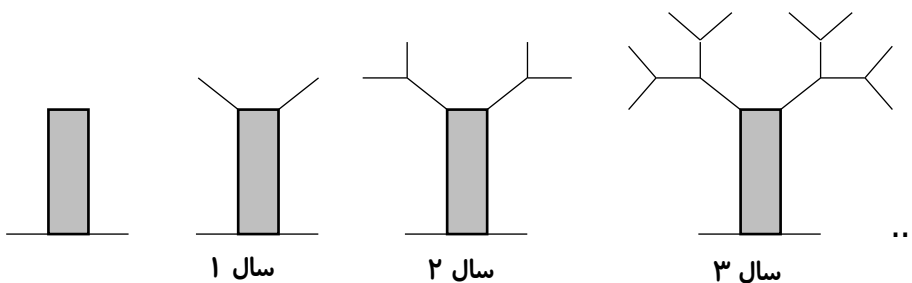
راهبرد الگویابی

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبرو می شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله های عددی یا هندسی کمک می کند تا بتوانید خواسته مسئله را بدست آورید. این راهبرد در مسئله هایی کاربرد دارد که بین شکل ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد.

مثال



درختی داریم که در لحظه ای که آن را می کاریم، شاخه ندارد. پس از یک سال دو شاخه از تنه ای آن رشد می کند. در سال بعد، از هر کدام از آن شاخه ها ۲ شاخه ی کوچک تر می روید. و در سال بعدی، از هر شاخه ی کوچک دو شاخه ی کوچک تر سبز می شود. این روند ادامه پیدا می کند و بعد از ۸ سال از سر کوچک ترین شاخه ها یک سیب می روید. از این درخت چند سیب خواهد رویید؟



پاسخ: هر سال تعداد شاخه های کوچک ۲ برابر سال قبل است. پس بعد از ۸ سال تعداد شاخه های کوچک برابر است با:

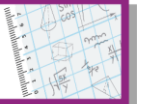
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$$

پس از این درخت ۲۵۶ سیب خواهد رویید.

راهبرد حدس و آزمایش

ممکن است حل یک مسئله، روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه بدست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس ها و آزمایش های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

مثال ها



مثال: دو زاویه متمم اند و یکی از این زاویه ها از سه برابر زاویه ی دیگر 10° درجه بیشتر است. اندازه ی هر زاویه را پیدا کنید.

این که زاویه ها متمم هستند، یعنی مجموع آن ها 90° درجه می شود. پس باید دو زاویه را طوری حدس زد که جمع آن ها 90° درجه شود و از طرفی یک زاویه از سه برابر دیگری 10° درجه بیشتر باشد.

زاویه ی اول	40°	30°	20°
$10^\circ +$ زاویه ی اول $\times 3$	130°	100°	70°
مجموع (باید 90° باشد)	(خیلی زیاده) 170°	(زیاده) 130°	(خودشه) 90°

زاویه ی اول 20° درجه و زاویه ی دوم 70° درجه می باشد.

مثال: در جدول روبه‌رو مجموع اعداد هر سطر و ستون در کنار سطرها و ستون‌ها نوشته شده است. اگر هر کدام از شکل‌ها نشان‌دهنده‌ی یک عدد بزرگ‌تر یا مساوی ۱ باشد، حروف A، B و C برابر چه اعدادی هستند؟

♦	♦	♦	♣	۵
♣	♠	♦	♠	۹
♥	♣	♦	♠	۱۰
♦	A	B	C	۱۰
۸	۱۰	۴	۱۲	

پاسخ: از سطر اول متوجه می‌شویم که ♦ حتماً ۱ است. چون اگر ۲ یا بزرگ‌تر از ۲ باشد، مجموع اعداد سطر از ۵ بزرگ‌تر می‌شود. در نتیجه ♣ هم باید ۲ باشد تا مجموع سطر ۵ شود.

$$۲ + ♠ + ۱ + ♠ = ۹ \Rightarrow ♠ = ۳$$

در سطر دوم داریم:

$$♥ + ۲ + ۱ + ۳ = ۱۰ \Rightarrow ♥ = ۴$$

در سطر سوم داریم:

$$۱ + ۳ + ۲ + A = ۱۰ \Rightarrow A = ۴$$

در ستون دوم داریم:

$$۱ + ۱ + ۱ + B = ۴ \Rightarrow B = ۱$$

در ستون سوم داریم:

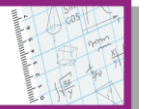
$$۲ + ۳ + ۳ + C = ۱۲ \Rightarrow C = ۴$$

در ستون چهارم داریم:

راهبرد زیر مسئله

مسئله پیچیده و چند مرحله ای را به چند مسئله ساده تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئله بعدی کمک می کند.

مثال ها



مثال: ظرفیت یک آسان بر (آسانسور) ۲۰ نفر کودک یا ۱۵ نفر بزرگسال است. اگر ۱۲ نفر کودک درون آسان بر باشند، این وسیله برای چند نفر بزرگسال هم ظرفیت دارد؟

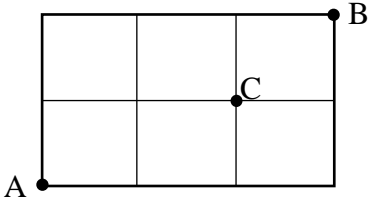
زیر مسئله ها:

۱- چند نفر بزرگسال برابر با یک نفر خردسال است؟ چون ۲۰ کودک معادل ۱۵ بزرگسال است، یک کودک معادل $\frac{۱۵}{۲۰}$ یا $\frac{۳}{۴}$ یک بزرگسال است.

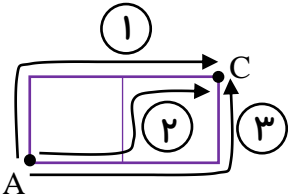
۲- چند نفر کودک را هنوز می توان به افراد حاضر در آسان بر اضافه کرد؟ آسان بر ظرفیت ۲۰ نفر کودک را دارد، بنابراین ۸ کودک دیگر می توانند سوار آسان بر شوند.

۳- این تعداد با چه تعداد بزرگسال معادل است؟ این تعداد کودک با $۸ = ۶ \times \frac{۳}{۴}$ بزرگسال معادل است. پس ۶ بزرگسال می توانند سوار شوند.

مثال: آقای کوشا هر روز صبح از خانه اش که در نقطه‌ی A قرار دارد به محل کارش که در نقطه‌ی B قرار دارد، می‌رود. او در خیابان‌ها فقط می‌تواند به سمت راست و بالا حرکت کند.

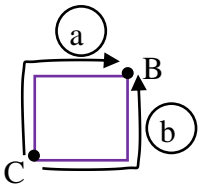


اگر او بخواهد امروز در مسیرش از روزنامه فروشی که در نقطه‌ی C قرار دارد روزنامه بخرد، برای رفتن به محل کارش چند راه دارد؟



پاسخ: از خانه تا روزنامه فروشی ۳ مسیر وجود دارد:

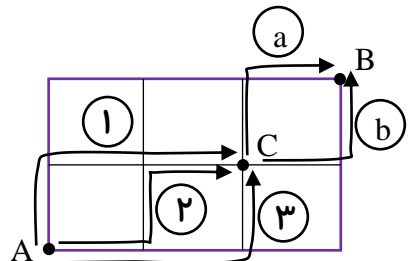
و از روزنامه فروشی تا محل کار ۲ مسیر وجود دارد:



ادامه‌ی هر یک از ۳ مسیر از خانه تا روزنامه فروشی، می‌تواند با ۲ مسیر از روزنامه فروشی تا محل کار تمام شود. پس در مجموع $3 \times 2 = 6$ مسیر وجود دارد:

۱) ۱ و a ۲) ۱ و b ۳) ۲ و a

۴) ۲ و b ۵) ۳ و a ۶) ۳ و b



راهبرد حل مسئله ساده تر

برای حل بعضی از مسئله ها، ابتدا مسئله ای ساده تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده، جواب مسئله اصلی را بدست می آوریم. برای ساده کردن مسئله می توان از عدد های تقریبی یا عددهای کوچک تر استفاده کرد. برای نتیجه گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می کنیم.

مثال

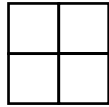
در صفحه ی شطرنج، چند مربع وجود دارد؟

صفحه ی شطرنج یک صفحه ی مربعی 8×8 است که شمردن تعداد مربع ها در آن، قدری پیچیده است، بنابراین ابتدا مسئله های ساده تر؛ یعنی صفحه های شطرنجی 1×1 ، 2×2 ، 3×3 و 4×4 را بررسی کرده و تعداد مربع ها را در آن ها می شماریم تا به الگویی برای حل مسئله ی اصلی دست یابیم.

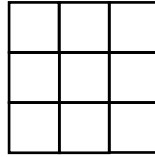
اندازه ی صفحه ی شطرنج	تعداد مربع ها
1×1	1
2×2	$1 + 4 = 5$
3×3	$1 + 4 + 9 = 14$
4×4	$1 + 4 + 9 + 16 = 30$
:	:
8×8	$1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 = 204$



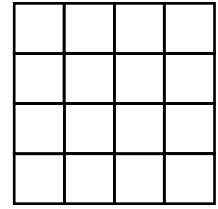
۱



۵



۱۴



۳۰

راهبرد روش های نمادین

بسیاری از مسئله ها را می توانیم به کمک نماد های جبری به یک معادله تبدیل کنیم. از فصل سوم به بعد می توانید از این راهبرد نیز برای حل مسئله استفاده کنید. در بعضی از مسئله ها هم می توانیم از مدل سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل سازی به شمار می رود.

مثال

نیما چند ماه ورزش کرد و وزنش نصف شد. سپس چند ماه ورزش کردن را قطع کرد و ۱۰ کیلو به وزنش اضافه شد اگر بعد از این جریان وزن او ۶۴ کیلو باشد، وزن او در ابتدا چقدر بوده است؟
پاسخ: اگر به جای وزن اولیه \square قرار دهیم، داریم:

$$\frac{\square}{2} + 10 = 64 \Rightarrow \frac{\square}{2} = 54 \Rightarrow \square = 108$$



بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



www.youtube.com/@saminskill

www.aparat.com/set_ir_official

www.instagram.com/set.ir.shop

t.me/set_ir_levelup

@set_ir_levelup

@levelupset

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید