

# هندسه دهم

مقطع دوم

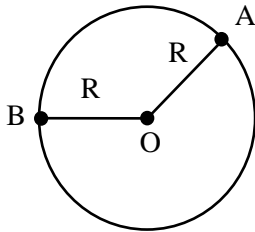
(نکات و خلاصه درس)



## فصل اول : ترسیم‌های هندسی و استدلال

### درس اول: ترسیم‌های هندسی

**دایره:** مجموعه‌ی همه‌ی نقاطی که از نقطه‌ی ثابت  $O$ ، به فاصله‌ی معلوم  $R$  هستند، دایره‌ای به مرکز  $O$  و به شعاع  $R$  نامیده می‌شود. به عنوان مثال، در شکل روبه‌رو؛ نقاط  $A$  و  $B$  از بی‌شمار نقاطی هستند که از نقطه  $O$  به فاصله  $R$  هستند و این نقاط روی دایره  $C(O, R)$  قرار دارند.



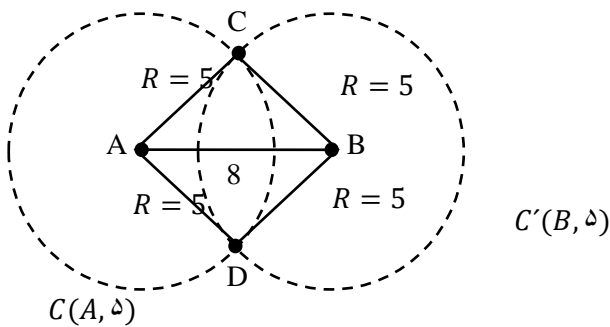
$C(O, R)$



**مثال:** پاره خط  $AB$  به طول ۸ سانتی متر مفروض است. نقاطی را تعیین کنید که از دو نقطه  $A$  و  $B$  به فاصله ۵ سانتی متر باشند.

**پاسخ:**

از هر دو نقطه  $A$  و  $B$  دایره‌ای به شعاع ۵ سانتی متر رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دو دایره، نقاطی هستند که از هر دو نقطه  $A$  و  $B$  به فاصله ۵ سانتی متر می‌باشند. (یعنی نقاط  $C$  و  $D$ )



**نکته:** اگر  $A$  و  $B$  دو نقطه ثابت به فاصله  $a$  از یکدیگر باشند. برای یافتن نقاطی که از  $A$  به فاصله  $d_1$  و از  $B$  به فاصله  $d_2$  باشند، دو دایره، یکی به مرکز  $A$  و شعاع  $d_1$  و دیگری به مرکز  $B$  و شعاع  $d_2$  رسم می‌کنیم. برحسب نقاط تلاقی دو دایره، جواب بدین صورت است:

(۱) اگر دو دایره متقاطع باشند، مسئله دو جواب دارد.

(۲) اگر دو دایره مماس شوند، مسئله یک جواب دارد.

(۳) اگر دو دایره یکدیگر را قطع نکنند، مسئله جواب ندارد.



## رسم مثلث با سه ضلع معلوم

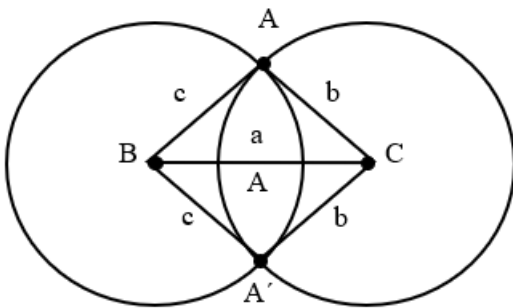
فرض کنیم سه ضلع مثلثی  $a$ ،  $b$  و  $c$  معلوم باشند. برای رسم مثلث:

**الف)** یکی از سه ضلع مثلاً بزرگ‌ترین آن‌ها را رسم می‌کنیم (رسم ضلع  $BC = a$ )

**ب)** به مرکز  $B$  و شعاع  $c$  و به مرکز  $C$  و شعاع  $b$ ، دو دایره رسم می‌کنیم.

**پ)** در صورت تقاطع دو دایره، جای رأس سوم مثلث یعنی نقطه‌ی  $A$  معلوم می‌شود. بنابراین مسئله دو جواب دارد و مثلث‌های  $ABC$  و  $A'BC$  به حالت (ض ض ض) هم-نهشت‌اند.

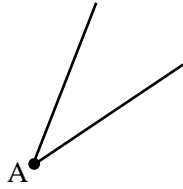
**نکته:** با سه عدد حقیقی مثبت  $a$ ،  $b$  و  $c$  یک مثلث می‌توان ساخت، هر گاه:



$$\left. \begin{array}{l} a < b+c \\ b < a+c \\ c < b+a \end{array} \right\}$$

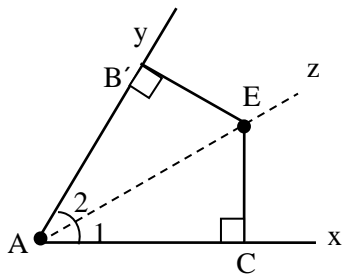


**زاویه:** دو نیم خط با ابتدای مشترک، تشکیل یک زاویه می دهند. پس برای رسم یک زاویه، کافی ست با استفاده از خط کش دو نیم خط متقاطع رسم کنیم.



نکته (برخی خواص نیمساز یک زاویه):

**الف)** اگر نقطه‌ای روی نیمساز یک زاویه باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. به عنوان مثال در شکل زیر داریم:



$$\widehat{A_1} = \widehat{A_2} \Rightarrow EC = BE$$

$E \in AZ$  نقطه

**ب)** اگر نقطه‌ای به فاصله یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد، آن نقطه روی نیمساز آن زاویه قرار دارد. یعنی در شکل بالا:

$$BE = EC \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$$

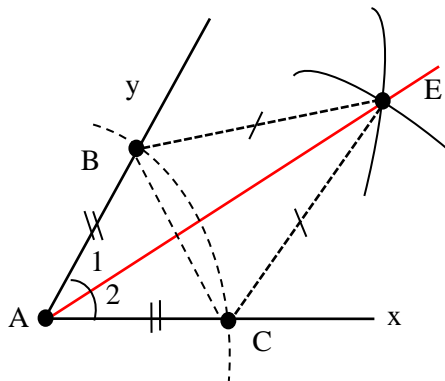


## رسم نیمساز یک زاویه:

**الف)** دهانه پراگاری را کمی باز می کنیم و به مرکز  $A$  کمانی می زنیم تا نیم خط های  $Ax$  و  $Ay$  را در نقطه  $B$  و  $C$  قطع کند. پس داریم:  $AB=AC$

**ب)** به مرکز  $C$  و شعاع  $BC$  و بار دیگر به مرکز  $B$  و شعاع  $BC$  دو کمان رسم می کنیم. نقطه تلاقی این دو کمان را  $E$  می نامیم. پس داریم:  $CE=BE$ .

**پ)**  $AE$  نیمساز زاویه  $\widehat{xAy}$  است، زیرا دو مثلث  $ABE$  و  $ACE$  به حالت (ض ض ض) هم نهشت اند.



$$\widehat{A_1} = \widehat{A_2} \quad \text{پس داریم:}$$



**مثال:** دو خط متقاطع  $L_1$  و  $L_2$  مفروض اند. نقطه‌ای بیابید که از نقطه تقاطع دو خط به فاصله

۵ سانتی‌متر باشد و از هر یک از دو خط  $L_1$  و  $L_2$  به یک فاصله باشد.

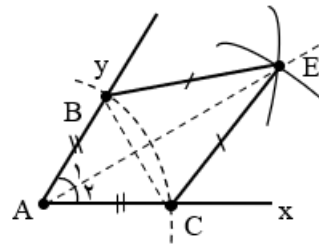
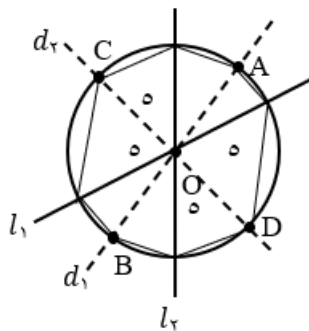
**پاسخ:**

نقطه‌ای که از دو خط متقاطع  $L_1$  و  $L_2$  به یک فاصله قرار دارد، روی نیمساز زوایای ایجاد

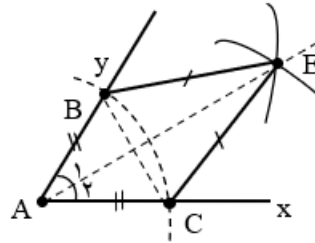
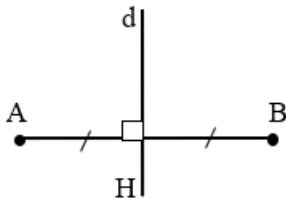
شده بین دو خط است. از طرفی نقطه‌ای که از نقطه  $O$  (محل تلاقی دو خط  $L_1$  و  $L_2$  به فاصله

۵ سانتی‌متر است، یعنی روی دایره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع ۵ سانتی‌متر قرار دارد، پس محل

تلاقی این دایره با نیمسازها جواب است، یعنی نقاط  $A, B, C$  و  $D$ .

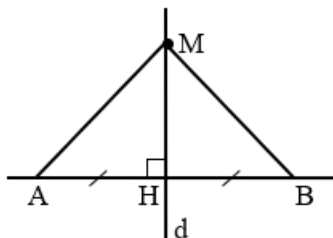


**عمود منصف:** عمود منصف خطی است که بر پاره خط عمود است و آن را نصف می کند.



نکته (برخی خواص عمود منصف یک پاره خط):

**الف)** اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط باشد، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است. یعنی در شکل زیر، داریم:



$$AH = HB$$

$$\widehat{H} = 90^\circ$$



$$AM = MB$$

نقطه  $M \in d$

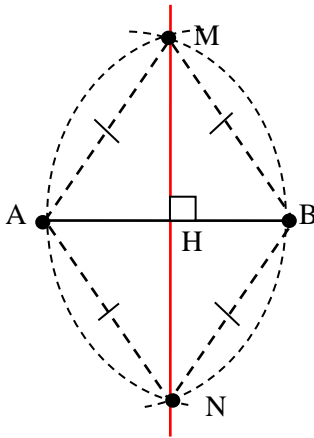


(ب) اگر نقطه ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمود منصف آن پاره خط قرار دارد. یعنی در شکل بالا:

$$AH=HB$$

$$AM=MB \Rightarrow MH \perp AB$$

رسم عمود منصف یک پاره خط:



(الف) کمانی به مرکز  $A$  و به شعاع  $AB$  رسم می کنیم.

(ب) کمانی به مرکز  $B$  و شعاع  $AB$  رسم می کنیم.

(پ) نقاط تلاقی این دو کمان را  $M$  و  $N$  می نامیم.

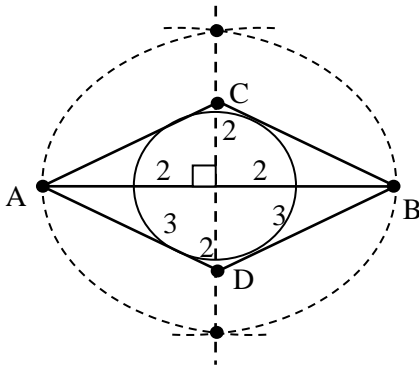
(ت) خط  $MN$  عمود منصف پاره خط  $AB$  است.

زیرا  $M$  و  $N$  از سر دو پاره خط به یک فاصله اند

$$AN=NB \text{ و } AM=MB$$



مثال: لوزی با قطرهایی به طول ۴ و ۶ رسم کنید.

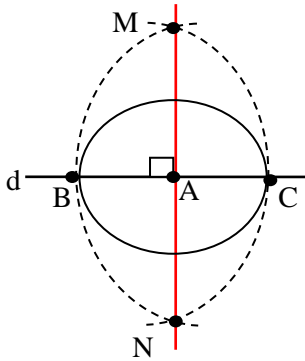


پاسخ:

1. پاره خط  $AB$  به طول ۶ رسم می کنیم.
2. عمود منصف  $AB$  را رسم می کنیم. نقطه  $H$  برخورد با  $AB$  را  $H$  می نامیم.
3. دهانه پرگار را به اندازه ۲ باز کرده و دایره ای به مرکز  $H$  و شعاع ۲ می زنیم.
4. نقاط برخورد با عمود منصف را  $C$  و  $D$  می نامیم.  $C$  و  $D$  را به  $A$  و  $B$  وصل می کنیم.
5. چون قطرهای برهم عمودند و یکدیگر را نصف می کنند بنابراین چهارضلعی  $ABCD$  لوزی است.



رسم خط عمود بر یک خط داده شده از یک نقطه روی آن خط:



(الف) خط  $d$  و نقطه  $A$  را روی آن در نظر می‌گیریم.

(ب) دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاع دلخواه رسم می‌کنیم.

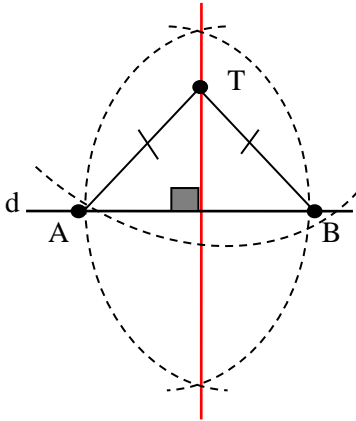
(ج) نقاط برخورد را  $B$  و  $C$  می‌نامیم. عمود منصف پاره خط  $BC$  را رسم می‌کنیم.

در این صورت، خطی عمود بر خط  $d$  رسم کرده ایم که از نقطه  $A$  می‌گذرد. (خط  $MN$ )



رسم خط عمود بر یک خط، از نقطه ای غیر واقع بر آن:

نقطه  $T$  را خارج از خط  $d$  در نظر می گیریم:



**الف)** نقطه  $A$  را روی خط  $d$  در نظر می گیریم. اگر  $TA$  بر خط  $d$  عمود باشد، خط  $TA$  جواب است؛ در غیر این صورت:

**ب)** به مرکز  $T$  و شعاع  $TA$  کمانی رسم می کنیم. نقطه تلاقی دیگر آن با خط  $d$  را  $B$  می نامیم.

**پ)** عمود منصف پاره خط  $AB$  را رسم می نماییم. نقطه  $T$  از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله است، بنابراین  $T$  روی عمود منصف پاره خط  $AB$  و در نتیجه روی خط عمود بر خط  $d$  قرار دارد.



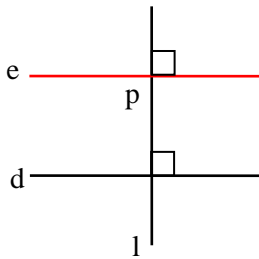
رسم خط موازی با یک خط از یک نقطه غیر واقع بر آن :

خط  $d$  و نقطه  $p$  خارج از آن را در نظر بگیرید:

(الف) خط عمود بر  $d$  و گذرنده از نقطه  $p$  را رسم می کنیم و آن را  $l$  می نامیم.

(ب) خط عمود بر  $l$  و گذرنده از نقطه  $P$  را رسم می کنیم و آن را  $e$  می نامیم.

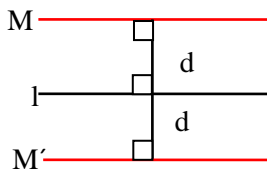
(ج) خط  $l$  را به عنوان خط مورب گذرنده از دو خط  $d$  و  $e$  در نظر می گیریم. چون تمام زوایای حاصل باهم مساوی و برابر  $90^\circ$  هستند، بنابراین خط  $e$  با خط  $d$  موازی است.



مجموعه نقاطی که از یک خط معلوم به فاصله مشخصی قرار دارند:

همه نقاطی که از خط معلوم  $l$  به فاصله معلوم  $d$  قرار دارند، دو خط، موازی  $l$  و به فاصله  $d$

از خط  $l$  می باشند

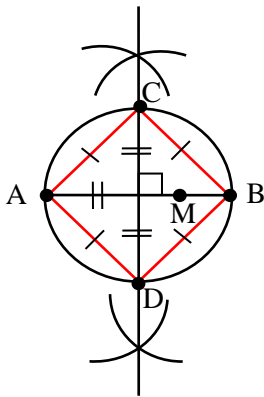


رسم مربعی که قطر آن داده شده است :

**الف)** ابتدا عمود منصف  $AB$  را رسم می کنیم و نقطه ی برخورد آن با پاره خط  $AB$  را  $M$  می نامیم

**ب)** به مرکز  $M$  و به شعاع  $AM$  دایره ای رسم می کنیم تا عمود منصف  $AB$  را در نقطه های  $C$  و  $D$  قطع کند.

**پ)** چهار ضلعی  $ACBD$  مربع است، زیرا قطرهای آن عمود منصف یکدیگرند و طولشان برابر است.

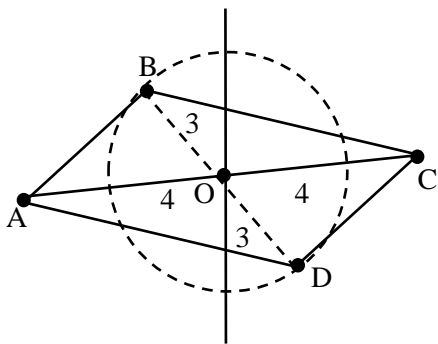


**مثال:** متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۶ و ۸ باشد. مسئله چند جواب

دارد؟

**پاسخ:**

ابتدا پاره خط  $AC=8$  را رسم می کنیم؛ سپس عمود منصف  $AC$  را رسم کرده و محل تلاقی آن را با  $AC$  را  $O$  می نامیم. داریم:  $OA=OC=4$ . به مرکز  $O$  و شعاع ۳، دایره ای رسم می کنیم. یک قطر دلخواه از دایره که بر پاره خط  $AC$  منطبق نباشد، مانند  $BD$  را رسم می کنیم. چهارضلعی  $ABCD$  متوازی الاضلاع است، زیرا قطرهای آن یکدیگر را نصف کرده اند و مسئله بی شمار جواب دارد.





## بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



### دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



### نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



### خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



### ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



[www.youtube.com/@saminskill](https://www.youtube.com/@saminskill)

[www.aparat.com/set\\_ir\\_official](https://www.aparat.com/set_ir_official)

[www.instagram.com/set.ir.shop](https://www.instagram.com/set.ir.shop)

[t.me/set\\_ir\\_levelup](https://t.me/set_ir_levelup)

[@set\\_ir\\_levelup](https://www.facebook.com/set_ir_levelup)

[@levelupset](https://www.facebook.com/levelupset)

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید