

هندسه دهم

مقطع دوم

(نمونه سوالات حل شده)



فصل اول : ترسیم‌های هندسی و استدلال

۱- جاهای خالی زیر را با پاسخی مناسب، پر نمایید.

(الف) اگر بخواهیم روی یک پاره خط مفروض، مثلث متساوی الاضلاع رسم کنیم، باید حداقل کمان با پرگار رسم کنیم.

(ب) با ۳ عدد حقیقی مثبت a ، b و c یک مثلث می توان رسم نمود، هرگاه ، و باشد.

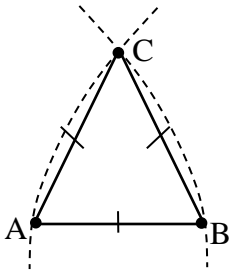
(ج) استدلال ، یک نتیجه گیری منطقی و کلی است.

(د) مجموع اندازه‌های زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب، است.



پاسخ:

الف) پاره خط AB را در نظر می‌گیریم. پرگار را به اندازه طول پاره خط AB باز می‌کنیم، یک بار به مرکز A و بار دیگر به مرکز B کمان می‌زنیم. نقطه تقاطع این دو کمان، نقطه C ، رأس سوم مثلث را مشخص می‌نماید. پس حداقل ۲ کمان با پرگار باید رسم نمود.



ب) $c < a + b, b < a + c, a < b + c$

ج) استنتاجی

د) ۳۶۰°



۲- از نقطه M ، وسط پاره خط $AB = 10$ ، دایره‌ای به شعاع ۵ رسم می‌کنیم. اگر CD قطری از دایره باشد، چهارضلعی $ACBD$ ، کدام شکل است؟

(۱) مربع به ضلع ۵

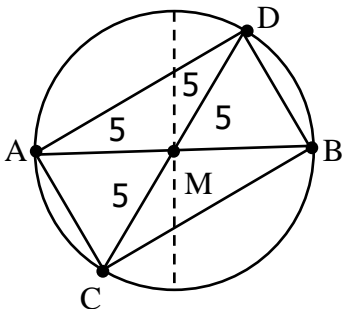
(۲) مستطیل به ضلع ۱۰

(۳) مستطیل به ضلع ۱۰

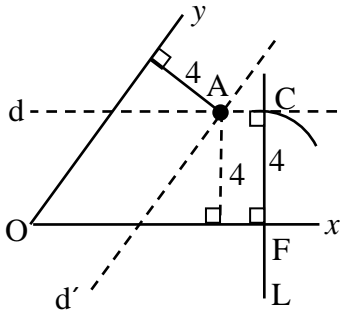
(۴) متوازی الاضلاع به اقطار ۵ و ۱۰

پاسخ:

با توجه به شکل مقابل، قطرهای چهارضلعی $ABCD$ مساوی و منصف یکدیگرند، پس $ACBD$ یک مستطیل به قطر ۱۰ است. پس گزینه ۳ صحیح است.



۳- نقطه‌ای را بیابید که فاصله آن تا دو ضلع زاویه \widehat{xOy} در شکل زیر، برابر ۴ واحد باشد.



پاسخ:

خط دلخواه L را در نقطه دلخواه F عمود بر نیم خط Ox رسم می‌کنیم و از نقطه F کمانی به شعاع ۴ رسم کرده تا خط L را در نقطه C قطع کند. از نقطه C، خط d را عمود خط L رسم می‌کنیم. همه نقاط خط d، از نیم خط Ox به فاصله ۴ هستند. به طریق مشابه، خط d' موازی Oy و به فاصله ۴، از آن رسم می‌کنیم و محل تلاقی d و d' نقطه A است که از دو نیم خط Ox و Oy به فاصله ۴ است.



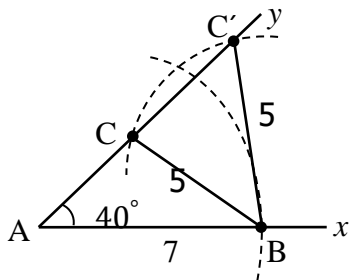
۴- الف) اندازه دو ضلع مثلثی، ۷ و ۵ سانتی‌متر و اندازه روبه رو به ضلع ۵ سانتی متر، 40° است. مثلث را رسم نمایید.

ب) اگر اندازه روبه رو به ضلع ۷ سانتی متر، 40° باشد، مثلث حاصل چگونه می‌شود؟

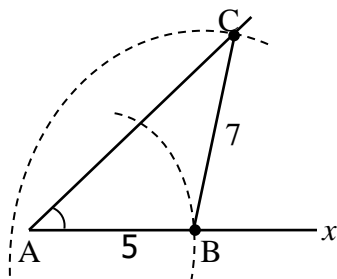
پاسخ:

ابتدا زاویه \widehat{xAy} را به اندازه 40° رسم می‌کنیم.

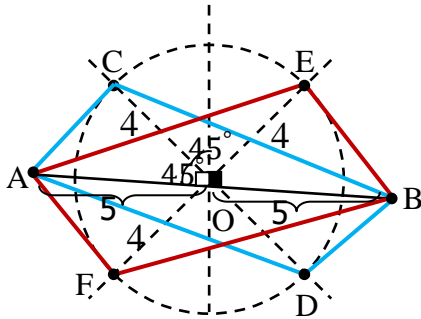
الف) به مرکز A و به شعاع ۷ سانتی‌متر، کمانی رسم می‌کنیم تا نیم خط Ax را در نقطه B قطع کند. به مرکز B و به شعاع ۵ سانتی‌متر، کمانی رسم می‌کنیم و نقطه تلاقی آن با نیم خط Ay را C و C' می‌نامیم. ملاحظه می‌شود که دو مثلث غیر هم‌نهشت ABC و ABC' جواب مسئله است.



ب) این بار به مرکز A و شعاع ۵ سانتی‌متر کمانی رسم می‌کنیم تا نیم خط Ax را در نقطه B قطع کند و از B به شعاع ۷ سانتی‌متر، کمانی رسم می‌کنیم. این کمان نیم خط Ay را دقیقاً در یک نقطه یعنی نقطه C قطع می‌کند و مسئله فقط یک جواب دارد و آن مثلث ABC است.



۵- متوازی الاضلاعی رسم نمایید که طول قطرهای آن، ۸ و ۱۰ و زاویه بین آنها 45° باشد.
چند متوازی الاضلاع با این شرایط می توان رسم نمود؟



پاسخ:

پاره خط $AB = 10$ را رسم می کنیم و عمودمنصف پاره خط AB را رسم کرده و محل تلاقی آن با AB را O می نامیم. داریم $OA = OB = 5$. حال به مرکز O و شعاع ۴، دایره ای رسم می کنیم و نیمسازهای زوایای قائمه به رأس O را مطابق شکل رسم می کنیم. نقاط تلاقی آن با دایره C, D, E و F می نامیم.

دو چهار ضلعی $ACBD$ و $AEBF$ متوازی الاضلاع هستند، زیرا قطرهای آن ها یکدیگر را

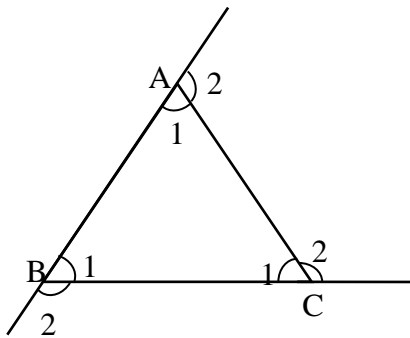
نصف کرده اند و مسئله ۲ جواب دارد



۶- ثابت کنید، مجموع زوایای خارجی یک مثلث 360° است.

پاسخ:

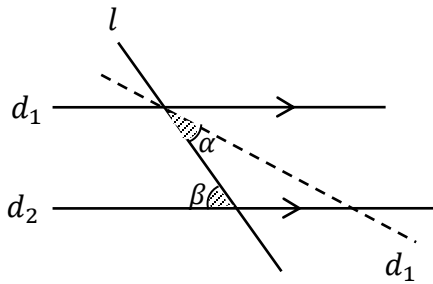
مثلث دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم. بنابر ویژگی زوایای خارجی در مثلث داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{B}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{B}_2 = \hat{A}_1 + \hat{C}_1 \\ \hat{C}_2 = \hat{A}_1 + \hat{B}_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{در نتیجه} \\ \implies \end{array} \begin{array}{l} \hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2 = 2\hat{B}_1 + 2\hat{C}_1 + 2\hat{A}_1 \\ = 2(\hat{B}_1 + \hat{C}_1 + \hat{A}_1) \\ \underline{\underline{\text{طبق قضیه 1}}} \quad 2 \times 180^\circ = 360^\circ \end{array}$$



۷- در شکل زیر، اگر $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ آنگاه به کمک برهان خط، ثابت کنید: $d_1 \parallel d_2$.

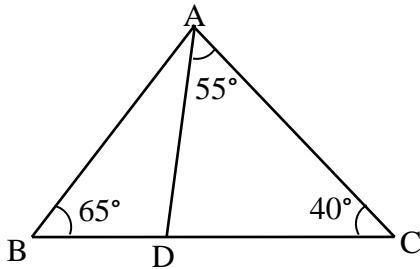


پاسخ:

به برهان خلف فرض می کنیم: $d_1 \not\parallel d_2$ ، در این صورت d_1 و d_2 متقاطع اند اما زاویه β ، زاویه خارجی مثلث ایجاد شده از نقطه تقاطع دو خط d_1 و d_2 است. پس $\beta > \alpha$ است که با فرض $\beta = \alpha$ در تناقض است. لذا، فرض خلف باطل و حکم $d_1 \parallel d_2$ درست است.



۸- در شکل زیر، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) $AB > BC$

(۲) $AC > AD$

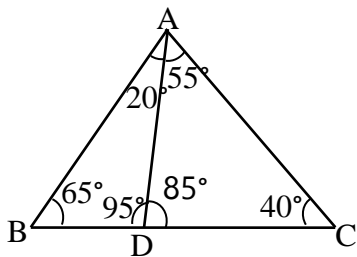
(۳) $AB < AC$

(۴) $AD < BD$

پاسخ:

با توجه به قضیه ۱ (مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است)، اندازه همه زوایای شکل فوق را تعیین می کنیم:

$\triangle ABD$: $\triangle ADB > \triangle BAD \Rightarrow AB > BD$ (گزینه ۱) ✓



$\triangle ADC$: $\triangle ADC > \triangle ACD \Rightarrow AC > AD$ (گزینه ۲) ✓

$\triangle ABC$: $\hat{B} > \hat{C} \Rightarrow AC > AB$ (گزینه ۳) ✓

$\triangle ABC$: $\hat{B} > \hat{BAD} \Rightarrow AD > BD$ (گزینه ۴) ✗

پس گزینه ۴ نادرست است.



۹- کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست است؟ در صورت نادرست بودن، مثال نقض بیاورید.

(الف) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه، از ۳ برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه کوچک‌تر است.

(ب) مجموع دو زاویه حاده، کمتر از 180° است.

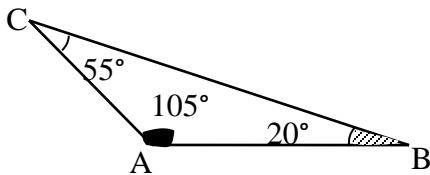
(ج) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های ۳ ضلع یک مثلث، همواره داخل مثلث قرار می‌گیرد.

(د) میانه هر مثلث، از اضلاع آن، بزرگ‌تر است.

(ه) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.

پاسخ:

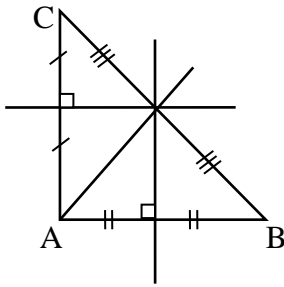
(الف) نادرست است. زیرا مطابق شکل زیر، بزرگ‌ترین زاویه $\hat{A} = 105^\circ$ است که از سه برابر کوچک‌ترین زاویه $\hat{B} = 20^\circ$ ، بزرگ‌تر است. (مثال نقض)



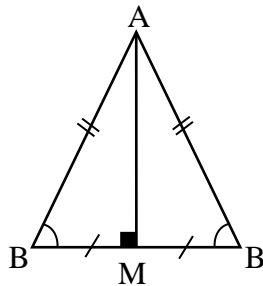
(ب) درست است.



(ج) نادرست است. به عنوان مثال، در مثلث قائم الزاویه نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها وسط وتر قرار دارد. پس نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های یک مثلث، همواره داخل مثلث قرار ندارد.



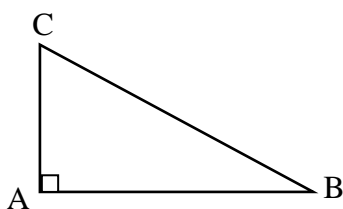
(د) نادرست است. در مثلث متساوی الساقین، میانه نظیر قاعده همواره از ساق‌های مثلث کوچکتر است:



$$\widehat{M} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{M} > \widehat{B} \xRightarrow{\text{طبق ق (۶)}} AB > AM, AC > AM$$

(ه) نادرست است، به عنوان مثال، در مثلث قائم الزاویه، دو تا از ارتفاع‌ها، همان اضلاع مثلث است، AB ارتفاع وارد بر ضلع AC و AC ارتفاع وارد بر ضلع AB است.

پس نمی‌توان گفت، همواره هر ارتفاع مثلث از هر کدام از سه ضلع آن کوچک‌تر است.



$$AB > AC$$



۱۰- عکس هر یک از قضایای زیر را نوشته و سپس آن‌ها را به صورت یک قضیه دوشرطی بنویسید.

(الف) در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز با هم برابرند.

(ب) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگراند.

پاسخ:

(الف) در هر مثلث، اگر سه زاویه برابر باشند، آنگاه سه ضلع نیز با هم برابرند.

قضیه دوشرطی: مثلثی سه زاویه برابر دارد، اگر و تنها اگر سه ضلع آن برابر باشند.

(ب) اگر در یک چهارضلعی، قطرها، عمودمنصف یکدیگر باشند، آنگاه آن چهارضلعی لوزی است.

قضیه دوشرطی: یک چهارضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرها عمودمنصف یکدیگر باشند.





بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



www.youtube.com/@saminskill

www.aparat.com/set_ir_official

www.instagram.com/set.ir.shop

t.me/set_ir_levelup

[@set_ir_levelup](https://www.facebook.com/set_ir_levelup)

[@levelupset](https://www.facebook.com/levelupset)

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید