

# ریاضی و آمار دهم

مستویه دوم

(نکات و خلاصه درس)



(تمامی حقوق متعلق به مجتمع آموزشی و پژوهشی نمین می باشد.)



## فصل ۱\_ درس ۱: معادله و مسائل توصیفی

به تساوی  $3x + 1 = 4$  یک معادله می‌گوییم این تساوی به ازای  $x = 1$  برقرار است، هر معادله‌ای که دارای یک متغیر  $x$  باشد را به صورت  $f(x) = 0$  می‌نویسیم، منظور از ریشه یک عبارت مقادیری از  $x$  است که در معادله صدق می‌کند.

**به طور مثال** در معادله  $9x^2 + 30 = 33x$  منظور از حل معادله پیدا کردن  $x$  هایی است که به ازای آنها معادله برقرار باشد، در این صورت جواب‌های این معادله (یا ریشه‌های آن) به صورت زیر هستند.

$$9x^2 + 30 = 33x$$

$$\underbrace{(3x)^2}_{\text{مربع جمله مشترک}} - 11(3x) + 30 = 0 \rightarrow (3x - 5)(3x - 6) = 0$$

مربع جمله مشترک

$$\nearrow (3x - 5) = 0 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$\searrow (3x - 6) = 0 \rightarrow x = 2$$

پس ریشه‌های معادله  $9x^2 + 30 = 33x$  عبارتند از  $x_1 = 2, x_2 = \frac{5}{3}$ .

### معادلات درجه اول:

هر معادله به صورت  $ax + b = 0$  که در آن  $a, b$  اعداد حقیقی و  $a$  مخالف صفر است را معادله درجه

اول می‌نامند، تنها جواب این معادله از رابطه  $x = \frac{-b}{a}$  به دست می‌آید  $3x + 1 = 0, \frac{5}{7}x + 3 =$

0 نمونه هایی از معادلات درجه اول هستند .

مثال‌ها

**مثال ۱:** اگر به ۳ برابر عددی ۷ واحد اضافه کنیم، حاصل ۵ واحد کمتر از آن عدد می‌شود، آن عدد

کدام است؟

**حل:** اگر عدد مورد نظر را  $x$  بگیریم داریم:

$$3x + 7 = x - 5 \quad \Rightarrow 3x - x = -7 - 5 \quad \Rightarrow 2x = -12 \quad \Rightarrow x = -6$$

**مثال ۲:** مجموع ۴ عدد زوج متوالی برابر ۷۶ است، کوچکترین آن‌ها چند است؟

**حل:** اگر چهار عدد زوج را به صورت  $2x, 2x + 2, 2x + 4, 2x + 6$  در نظر بگیریم، پس داریم:

$$2x + (2x + 2) + (2x + 4) + (2x + 6) = 76 \quad \Rightarrow 8x + 12 = 76$$

$$8x = 64 \quad \Rightarrow x = 8$$

با جایگذاری  $x = 8$  در  $2x, 2x + 2, 2x + 4, 2x + 6$  داریم:

$$2x = 2 \times 8 = 16 \\ = 20$$

$$2x + 4 = (2 \times 8) + 4 = 16 + 4$$

$$2x + 2 = (2 \times 8) + 2 = 18$$

$$2x + 6 = (2 \times 8) + 6 = 16 + 6 = 22$$

کوچکترین عدد از بین ۴ عدد بالا عدد ۱۶ است.

مثال ها

**مثال ۳:** جواب معادله  $\frac{1+2x}{3} - \frac{3}{4} = \frac{3x-1}{6}$  را بیابید.

**حل:** برای حذف کسرها کل معادله را در عدد ۱۲ ضرب می‌کنیم، چرا ۱۲؟ چون عدد ۱۲ ک.م.م اعداد ۳، ۴، ۶ است.

$$12 \times \left( \frac{1+2x}{3} - \frac{3}{4} = \frac{3x-1}{6} \right) \Rightarrow 4(1+2x) - 9 = 2(3x-1)$$

$$4 + 8x - 9 = 6x - 2 \Rightarrow 8x - 6x = 5 - 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

**مثال ۴:** عددی را بیابید که مربع آن، ۴ برابر خود عدد باشد.

**حل:** اگر عدد مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم مربع آن برابر  $x^2$  است و ۴ برابر عدد برابر  $4x$  است، طبق گفته مسئله این دو مقدار برابرند یعنی  $x^2 = 4x$ .

$$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = \begin{matrix} \nearrow x_1 = 0 \\ \searrow x - 4 = 0 \rightarrow x_2 = 4 \end{matrix}$$

به ازای دو مقدار ۴ و ۰ مربع یک عدد با ۴ برابر همان عدد برابر است.

**مثال ۵:** ثلث عددی ۱۰ واحد بیشتر از ربع آن عدد است، آن عدد را بیابید.

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 10$$

**حل:** اگر عدد را  $x$  در نظر بگیریم داریم:

$$12 \left( \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 10 \right)$$

با ضرب طرفین تساوی در ۱۲ مخرج کسر از بین می‌رود.

$$4x = 3x + 120 \Rightarrow x = 120$$

مثال ها



**مثال ۶:** طول مستطیلی ۳ برابر عرض آن است اگر محیط مستطیل ۱۲۰ باشد مساحت این مستطیل را به دست آورید.

**حل:** اگر طول مستطیل را  $x$  و عرض آن را  $y$  بگیریم  $x = 3y$  است و از فرمول محیط مستطیل داریم:

$$2(x + y) = 120 \Rightarrow x + y = 60 \xrightarrow{x=3y} 3y + y = 60 \Rightarrow 4y = 60 \quad y = 15$$

عرض مستطیل ۱۵ است پس طول آن  $x = 3y = 3(15) = 45$  است، مساحت مستطیل از حاصلضرب طول در عرض محاسبه می‌شود.

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول} = 15 \times 45 = 675$$

**مثال ۷:** اگر به دو برابر یک سوم عددی ۵ واحد اضافه کنیم، برابر با نصف آن عدد منهای یک می‌شود آن عدد را بیابید.

**حل:** اگر عدد مورد نظر را  $x$  بگیریم، ۵ واحد بیشتر از دو برابر یک سوم عددی  $(\frac{2x}{3} + 5)$  با نصف آن

$$\frac{2x}{3} + 5 = \frac{x}{2} - 1 \quad \text{عدد منهای یک } (\frac{x}{2} - 1) \text{ برابر است، پس داریم:}$$

دو طرف معادله را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم تا مخرج کسر حذف شود.



$$6 \times \left( \frac{2x}{3} + 5 = \frac{x}{2} - 1 \right) \Rightarrow 4x + 30 = 3x - 6 \Rightarrow x = -36$$

### معادلات درجه دوم:

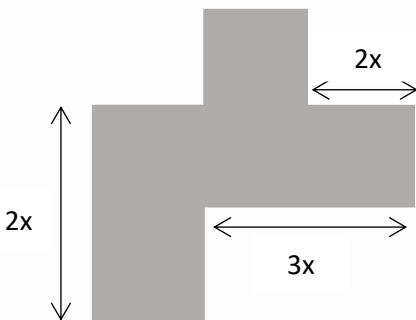
معادله درجه دوم، معادله ای به فرم  $ax^2 + bx + c = 0$  است که  $a \neq 0$  است، در این نوع معادلات بیشترین توان  $x$  عدد ۲ است.

### مثال‌ها



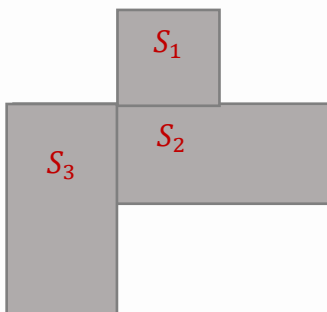
**مثال ۸:** در شکل روبرو تمامی پاره خط‌ها به جز ۳ پاره خط مشخص شده  $x$  هستند مساحت شکل روبرو

کدام است؟



**حل:** اگر مساحت شکلی از ما خواسته شود که محاسبه آن را بلد نباشیم،

آن را تبدیل به قسمت‌هایی می‌کنیم که محاسبه مساحت آن را بلدیم و در نهایت مساحت شکل اولیه می‌شود مجموع قسمت‌های کوچکتر، شکل بالا را به صورت زیر تقسیم می‌کنیم.





$$S_1 = x \times x = x^2, \quad S_2 = (3x) \times (x) = 3x^2, \quad S_3 = (2x) \times x = 2x^2$$

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 + S_3 = x^2 + 3x^2 + 2x^2 = 6x^2$$

### مثال‌ها

**مثال ۹:** اگر  $f(x) = x^2 + 2x - 5$  باشد حاصل  $f(-3)$  کدام است؟

**حل:** اگر توجه شود در ضابطه تابع  $f(x)$  به جای  $x$  عدد  $-3$  قرار گرفته است برای محاسبه مقدار تابع باید به جای  $x$  در سمت راست معادله عدد  $-3$  قرار بگیرد.

$$f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) - 5 = 9 - 6 - 5 = -2$$

**مثال ۱۰:** اگر  $\alpha$  یکی از ریشه‌های معادله  $x^2 + 3x + 2 = 0$  باشد حاصل  $\alpha^2 + 3\alpha$  را بیابید.

**حل:** ریشه معادله است پس می‌توان آن را به جای  $x$  در معادله قرار داد چون ریشه‌های یک معادله همواره در معادله صدق می‌کند.

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 + 3\alpha + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha^2 + 3\alpha = -2$$

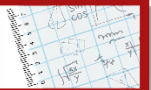
**مثال ۱۱:** اگر  $(k-2)x^4 + (k-1)x^2 + 2x + 1 = 0$  یک معادله درجه ۲ باشد مقدار  $k$  را

بیابید.

**حل:** برای اینکه یک معادله درجه ۲ باشد باید بزرگترین توان  $x$  عدد ۲ باشد پس توان‌های بزرگتر از ۲ در معادله وجود ندارد، برای حذف توان ۳ در معادله بالا باید ضریب آن را برابر صفر قرار داد.

$$k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow (2 - 1)x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$

### مسئله‌ها



**مثال ۱۲:** علی ۱۰ سال بزرگتر از محمد دارد اگر حاصلضرب سن این دو نفر ۷۵ باشد علی چندسال دارد؟

**حل:** اگر سن محمد را  $x$  در نظر بگیریم سن علی  $x + 10$  است پس داریم:

$$x(x + 10) = 75$$

روش‌های متنوعی برای حل معادله بالا وجود دارد در این سوال از روش حدس و آزمایش استفاده می‌کنیم، به این صورت که با حدس یک عدد به جای  $x$  در معادله بالا باید سمت راست و چپ معادله برابر باشد.

اگر  $x = 3$  باشد داریم:  $3 \times (3 + 10) = 39 \neq 75$  سمت راست و چپ معادله برابر نیست.

اگر  $x = 4$  باشد داریم:  $4 \times (4 + 10) = 52 \neq 75$  سمت راست و چپ معادله برابر نیست.

اگر  $x = 5$  باشد داریم:  $5 \times (5 + 10) = 75 = 75$  سمت راست و چپ معادله برابر است پس به

جواب رسیدیم محمد ۵ سال و علی ۱۵ سال دارد.



مسئله ها



**مثال ۱۳:** اگر معادله  $(2k + 1)x^2 + (3k)x + 1 = 0$  یک معادله درجه ۲ باشد مقادیری که  $k$  می تواند اختیار کند را بدست آورید.

**حل:** برای اینکه یک معادله درجه ۲ باشد باید دارای ضریب  $x^2$  غیر از صفر باشد، پس داریم:

$$2k + 1 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad 2k \neq -1 \quad \Rightarrow \quad k \neq -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad R - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

پس مقادیری که می تواند اختیار کند همه اعداد حقیقی به جز عدد  $-\frac{1}{2}$  است.



## بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



### دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



### نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



### خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



### ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



[www.youtube.com/@saminskill](https://www.youtube.com/@saminskill)

[www.aparat.com/set\\_ir\\_official](https://www.aparat.com/set_ir_official)

[www.instagram.com/set.ir.shop](https://www.instagram.com/set.ir.shop)

[t.me/set\\_ir\\_levelup](https://t.me/set_ir_levelup)

[@set\\_ir\\_levelup](https://www.facebook.com/set_ir_levelup)

[@levelupset](https://www.facebook.com/levelupset)

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید