

جزوه کمک آموزشی نکات و خلاصه درس:

ریاضی

( فصل اول )

مقطع تحصیلی:

دوره اول متوسطه

پایه:

نهم

تهیه و تنظیم:

مرکز تحقیقات مهندسی ثمین

تمامی حقوق این اثر برای مرکز تحقیقات ثمین محفوظ می باشد.

Iranischool.com

## فصل اول : مجموعه‌ها

### درس اول: معرفی مجموعه

#### معرفی مجموعه

اگر دسته مشخصی از اعداد، افراد و اشیا یا.. را داشته باشیم، به آن‌ها مجموعه می‌گویند. این افراد، اعداد و اشیا باید متمایز از هم باشند، یعنی هیچ دوتای آن‌ها یکسان نباشند.

بنابراین در ریاضی از مجموعه برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیای مشخص (عضویت این اشیا در مجموعه کاملاً معین باشد) و متمایز (غیرتکراری) استفاده می‌کنیم.

مثلاً شمارنده‌های عدد ۱۲ یعنی ۱، ۲، ۳، ۴، ۶ و ۱۲ یک مجموعه را تشکیل می‌دهند.

یک عبارت، زمانی یک مجموعه را مشخص می‌کند که کاملاً گویا و شفاف باشد. به این معنی که دقیقاً مشخص کند چه چیزهایی در مجموعه قرار دارند و چه چیزهایی در آن مجموعه قرار ندارند. برای مثال وقتی می‌گوییم «گروهی از ورزشکاران وارد ورزشگاه شدند» نام ورزشکاران را مشخص نکرده ایم.

#### نمایش مجموعه‌ها

مجموعه‌ها را می‌توان به سه روش نمایش داد:

الف) با استفاده از یک جفت آکولاد { }:

در این روش اعضای مجموعه داخل یک جفت آکولاد قرار می‌گیرد، به این شیوه، نمایش تفضیلی گفته می‌شود.

✓ اگر تعداد اعضای مجموعه محدود باشد تمام اعضا داخل دو آکولاد قرار می‌گیرند. به عنوان مثال

نمایش مجموعه شمارنده‌های عدد ۱۲ به صورت تفضیلی، به شکل مقابل است.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

✓ اگر تعداد اعضای مجموعه زیاد باشد اما جایی به پایان برسد ابتدا تعدادی از اعضا را نوشته، سه نقطه

قرار می دهیم و سپس عضو آخر را می نویسیم. به عنوان مثال نمایش مجموعه اعداد طبیعی کوچک

تر از ۱۰۰ به صورت تفضیلی، به شکل مقابل است.  $B = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

✓ اگر تعداد اعضای مجموعه بی نهایت باشد ابتدا تعدادی از اعضا را نوشته و به جای سایر اعضا سه نقطه

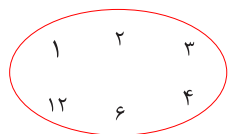
قرار می دهیم. به عنوان مثال نمایش مجموعه اعداد طبیعی به شکل مقابل است.  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

### ب) با استفاده از نمودار ون:

مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خط های شکسته بسته نمایش داد به این شکل نمایش، نمودار

ون گفته می شود.

به عنوان مثال مجموعه شمارنده های عدد ۱۲ با استفاده از نمودار ون به صورت مقابل است.



### ج) استفاده از زبان ریاضی:

در این شیوه با استفاده از نمادهای ریاضی و به کمک ویژگی های مشخص اعضا، مجموعه را مشخص می نمایم.

در درس آینده در این مورد بیشتر توضیح خواهیم داد.

### نامگذاری مجموعه ها

معمولاً برای نامگذاری مجموعه ها، از حروف انگلیسی بزرگ استفاده می کنیم. مثل A, B, C, D و ...

## عضو مجموعه

هر کدام از اعداد، اشیا یا افرادی که درون یک مجموعه قرار می‌گیرند را عضوی از مجموعه می‌گوییم. مثلاً شیراز عضو مجموعه استان‌های کشور ایران است. برای نشان دادن عضو بودن از علامت  $\in$  و برای نشان دادن عضو نبودن، از علامت  $\notin$  استفاده می‌کنیم.

برای مثال، اگر  $A$ ، مجموعه شماره‌های عدد ۳۰ باشد، ۲ و ۵ عضو آن هستند ولی ۴ و ۱۸ عضو آن نیستند.

$$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\} \quad 2 \in A, 5 \in A, 4 \notin A, 18 \notin A$$



### نکته:

① در نمایش یک مجموعه ترتیب نوشتن عضوهای مجموعه، مهم نیست و با جابه جایی عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود. مثلاً مجموعه اعداد اول یک رقمی را می‌توان به صورت‌های مقابل نشان داد:

$$\dots \text{ یا } \{2, 3, 5, 7\} \text{ یا } \{5, 7, 3, 2\} \text{ یا } \{2, 3, 5, 7\} = \text{مجموعه اعداد اول یک رقمی}$$

② با تکرار عضوهای یک مجموعه، مجموعه جدیدی ساخته نمی‌شود پس در صورت داشتن عضوهای تکراری، آن‌ها را حذف کرده و مجموعه را بازنویسی می‌کنیم.

$$A = \{2, 3, 5, 3, 5, 7\} \longrightarrow A = \{2, 3, 5, 7\}$$

## عدد اصلی یک مجموعه

به تعداد عضوهای یک مجموعه، عدد اصلی یک مجموعه می‌گویند. عدد اصلی یک مجموعه مثل  $A$  را با  $n(A)$

نشان می‌دهیم.

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \xrightarrow{\text{عضو}} n(A) = 4$$

نکته: ابتدا عضوهای تکراری را حذف کرده و سپس عدد اصلی مجموعه را می‌نویسیم.

**مثال:** در مجموعه  $\{(+15)^2, (+14)^2, (+13)^2, \dots, (-13)^2, (-14)^2, (-15)^2\}$ , عدد اصلی مجموعه را

محاسبه کنید.

می‌دانیم هرگاه یک عدد منفی درون پرانتز باشد و به توان زوج برسد، حاصل مثبت است. پس می‌توان گفت

$(+15)^2 = (-15)^2$  و  $(+14)^2 = (-14)^2$  است. با این حساب اعداد منفی این مجموعه، در واقع عضو تکراری هستند

و حذف می‌شوند و مجموعه به صورت  $\{(+15)^2, (+14)^2, \dots, (+2)^2, (+1)^2, (0)^2\}$  در می‌آید. لذا این مجموعه

۱۶ عضو دارد. (صفر هم یکی از اعضاست).

### مجموعه تهی

به مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد، مجموعه تهی می‌گوییم و آن را با علامت  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نشان می‌دهیم. توجه

شود که این مجموعه با مجموعه  $\{0\}$  و  $\{\emptyset\}$  که هر کدام دارای یک عضو هستند، یکی نیست.

به عنوان مثال، مجموعه دایناسورهای باغ وحش تهران، یک مجموعه تهی است، زیرا هیچ دایناسوری در باغ

وحش وجود ندارد، پس این مجموعه هیچ عضوی نداشته و تهی است.

**مثال:** کدام یک از عبارات های زیر مجموعه تهی را مشخص می‌کند؟

الف) مجموعه عدد های صحیح بین  $-1$  و  $1 = \{0\}$  این مجموعه شامل یک عضو می‌باشد و تهی نیست.

ب) مجموعه عددهای طبیعی بین  $3$  و  $4 = \{\}$  بین این دو عدد، عدد طبیعی دیگری وجود ندارد پس تهی

است.

### مجموعه متناهی

**نکته:** اگر عضوهای یک مجموعه، قابل شمارش باشند، یعنی جایی به پایان برسند، به آن مجموعه، مجموعه متناهی

می‌گوییم. مثلاً مجموعه اعداد طبیعی کم‌تر از  $10000000$  با این که تعداد عضوهای زیادی دارند اما چون شمارش

عضوهای آن بالاخره به انتها می‌رسد به آن مجموعه متناهی می‌گوییم.

$A = \{1, 2, 3, \dots, 9999999\}$  مجموعه اعداد طبیعی کم‌تر از  $10000000$

## مجموعه نامتناهی

برخی مجموعه‌ها بی‌شمار عضو دارند (یعنی عضوهای آن‌ها تمام نمی‌شوند). به این مجموعه‌ها مجموعه‌های نامتناهی می‌گوییم و برای نشان دادن آن‌ها، پس از نوشتن تعدادی از اعضا، سه نقطه قرار می‌دهیم.

**مثال:** مجموعه ضرب‌های طبیعی عدد ۲ را بنویسید.

عضوهای این مجموعه به پایان نمی‌رسند و نامتناهی هستند.

## ➤ درس دوم: مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها

### دو مجموعه برابر

در صورتی که هر عضو A، عضوی از B و هر عضو B، عضوی از A باشد به عبارت دیگر اعضای دو مجموعه کاملاً یکسان باشند، دو مجموعه را برابر می‌گوییم و می‌نویسیم  $A=B$ .

توجه: جابه‌جا بودن اعضا مشکلی ایجاد نمی‌کند.

**مثال:** دو مجموعه  $A=\{a, b, c\}$  و  $B=\{c, a, b\}$  با هم برابرند.

**مثال:** دو مجموعه  $A=\{۲, ۳, ۵, ۷\}$  و  $B=\{\text{اعداد اول یک رقمی}\}=\{۲, ۳, ۵, ۷\}$  (شمارنده‌های اول عدد ۲۱۰) با هم برابرند.

**مثال:** دو مجموعه A و B با هم برابرند، به جای  $\square$  و  $\Delta$  اعداد مناسب قرار دهید.

$$A = \left\{ \frac{-2 - 24 \div (-3)}{-2}, -5^2 + 21, \Delta \times (-2) - 2 \right\}, B = \left\{ 2, \frac{\square - 1}{-1}, -\sqrt{16} \right\}$$

برای حل این سؤال، ابتدا باید ظاهر عضوهای A و B را تا حد امکان درست کنیم:

$$A = \left\{ \frac{\overbrace{-2-24 \div (-3)}^{+8}}{-2}, \underbrace{-5^2 + 21}_{-4}, \Delta \times (-2) - 2 \right\} = \{-3, -4, \Delta \times (-2) - 2\}$$

$$B = \left\{ 2, \frac{\square - 1}{-1}, \underbrace{-\sqrt{16}}_{-4} \right\} = \left\{ 2, \frac{\square - 1}{-1}, -4 \right\}$$

با این حساب برای برابر شدن اعضای دو مجموعه، باید داشته باشیم (از حل معادله کمک می‌گیریم):

$$\frac{\square - 1}{-1} = -3 \Rightarrow \square - 1 = -3 \times (-1) = 3 \Rightarrow \square = 4$$

$$\Delta \times (-2) - 2 = 2 \Rightarrow \Delta \times (-2) = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \Delta = \frac{4}{-2} = -2$$

**مثال:** دو مجموعه  $A = \{2, x-y\}$  و  $B = \{4, x+y\}$  برابرند،  $x$  و  $y$  را بیابید.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

جمع  $2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x + y = 2 \xrightarrow{x=3} 3 + y = 2 \Rightarrow y = -1$

### نمایش مجموعه‌ها با نمودار ون

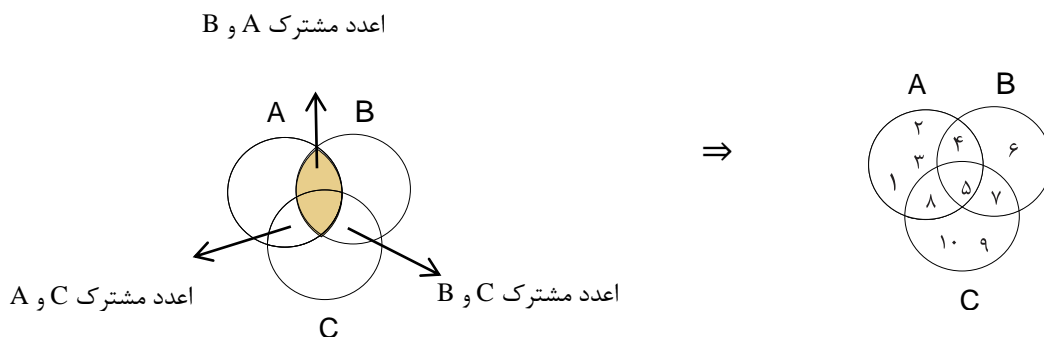
قبلاً گفتیم که یکی از روش‌های نمایش مجموعه‌ها، این است که اعضای مجموعه را درون یک منحنی بسته نمایش می‌دهیم. به این روش، نمودار ون گفته می‌شود. در این جا با چند مثال، حالت‌های مختلف رسم مجموعه‌ها با نمودار ون را بررسی می‌کنیم.

**مثال:** سه مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$ ،  $B = \{4, 5, 6, 7\}$  و  $C = \{5, 7, 9, 10, 8\}$  را با نمودار ون نمایش

دهید.

برای بررسی این نمودار، از آنجا که برخی اعداد مشترک هستند، باید حلقه‌ها را به صورت زیر رسم کنیم. دقت

کنید عدد ۵ در هر سه مجموعه قرار دارد، پس آن را در قسمت وسط شکل قرار می‌دهیم.



با توجه به نمودار بالا، زیر مجموعه را تعریف می‌کنیم:

## زیر مجموعه

فرض کنید مجموعه‌هایی مثل  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  و  $B = \{2, 3\}$  داریم. اگر خوب دقت کنید متوجه می‌شوید که همه اعضای مجموعه  $B$  در مجموعه  $A$  نیز وجود دارند. در این جا اصطلاحاً گفته می‌شود،  $B$  زیرمجموعه  $A$  است.

بنابراین مجموعه  $B$  را زیر مجموعه  $A$  می‌گوییم، هرگاه هر عضو  $B$ ، عضوی از  $A$  نیز باشد.

برای نمایش زیر مجموعه بودن، از علامت  $\subseteq$  استفاده می‌کنیم ( $B \subseteq A$ ) اما اگر  $B$  عضو یا عضوهایی داشته باشد

که درون  $A$  وجود نداشته باشند (حتی یک عضو)، آن‌گاه دیگر  $B$  زیرمجموعه  $A$  به حساب نمی‌آید. برای نمایش

زیر مجموعه نبودن، از علامت  $\not\subseteq$  استفاده می‌کنیم. مثلاً اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{1, 2, 3, 5\}$  باشد، دیگر  $B$

زیرمجموعه  $A$  نیست، زیرا  $B$  دارای عضو ۵ است که در  $A$  وجود ندارد ( $B \not\subseteq A$ ).

**مثال:** اگر  $A = \{\text{مضارب } 12\}$  و  $B = \{\text{مضارب } 6\}$  باشند، کدام یک زیر مجموعه دیگری است؟

$$A = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\} \quad B = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$$

همانطور که مشاهده می‌کنید وقتی اعضای مجموعه  $B$  را می‌نویسیم، همه اعضای مجموعه  $A$  در آن ظاهر

می‌شوند ( $A \subseteq B$  می‌باشد)، اما برخی اعضای  $B$  (مثل ۶) در  $A$  وجود ندارند پس  $B \not\subseteq A$  نمی‌باشد.

**نکته:**

① مجموعه تهی ( $\emptyset$ )، زیر مجموعه همه مجموعه‌ها است، یعنی اگر یک مجموعه دلخواه مثل  $A$  داشته

$$\emptyset \subseteq A \text{ باشیم.}$$

② هر مجموعه‌ای زیرمجموعه خودش است، یعنی اگر یک مجموعه‌ای مثل  $A = \{1, 2\}$  داشته باشیم،

$A \subseteq A$ ، زیرا همه عضوهای  $A$  در خودش وجود دارند، به این ترتیب، مجموعه تهی نیز زیر مجموعه خودش است

$$\emptyset \subseteq \emptyset$$

**مثال:** همه زیر مجموعه‌های  $A = \{-1, 0, 2, 5\}$  را بنویسید.

$$\emptyset, \underbrace{\{-1\}, \{0\}, \{2\}, \{5\}}_{\text{یک عضوی ها}}, \underbrace{\{-1, 0\}, \{-1, 2\}, \{-1, 5\}, \{0, 2\}, \{0, 5\}, \{2, 5\}}_{\text{دو عضوی ها}}$$

$$\underbrace{\{-1, 0, 2\}, \{-1, 0, 5\}, \{-1, 2, 5\}, \{0, 2, 5\}}_{\text{سه عضوی ها}}, \underbrace{\{-1, 0, 2, 5\}}_{\substack{\text{چهار عضوی} \\ \text{(خود مجموعه)}}$$

**نکته:** تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر است با  $2^n$ .

به مثال قبل دقت کنید، یک مجموعه ۴ عضوی،  $2^4$  زیرمجموعه، یعنی ۱۶ زیرمجموعه دارد.

**نکته:** اگر مجموعه‌ای مثل  $A$  زیرمجموعه مجموعه‌ای مثل  $B$  باشد در هنگام رسم نمودار ون، حلقه  $A$  کاملاً درون حلقه  $B$  قرار می‌گیرد.

### نمایش مجموعه های اعداد

➤ **مجموعه های عددی مهم:**

در بین مجموعه‌های مختلف برخی از آن‌ها بسیار پرکاربرد هستند و برای آن‌ها اسامی مشخصی استفاده می‌شود (حروف خاصی)، تا همه افراد با دیدن آن حروف بفهمند که منظور کدام مجموعه است. در این جا برخی از آن‌ها را می‌نویسیم.

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ :مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$W \text{ یا } I = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ :مجموعه اعداد حسابی}$$

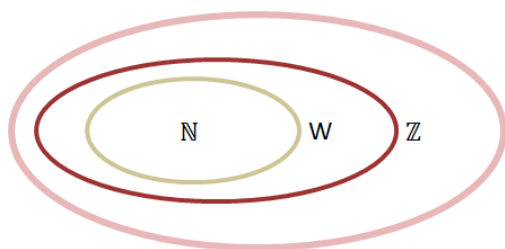
$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ :مجموعه اعداد صحیح}$$

مجموعه اعداد طبیعی فرد  $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

مجموعه اعداد طبیعی زوج  $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

با توجه به آن چه تاکنون در مورد زیرمجموعه‌ها آموختیم، می‌توان گفت:

$$E, O \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$$



### ➤ نمایش مجموعه با استفاده از نماد ریاضی:

هر عبارت ریاضی که یک مجموعه را توضیح می‌دهد، معمولاً به صورت زیر نوشته می‌شود.

{محدوده اعداد مورد نظر عضو چه مجموعه‌ای هستند | رابطه‌ای که اعداد را در آن قرار می‌دهیم}

خط عمودی ( | ) که در عبارت بالا می‌بینید، «به طوری که» خوانده می‌شود. به عنوان اولین مثال، مجموعه

اعداد مورد نظر از ۲ بزرگتر یا مساوی اند و از ۱۰ کوچکترند.

زیر را در نظر بگیرید.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 10\}$$

اعداد مورد نظر عضو اعداد طبیعی هستند

با توجه به تعریف ریاضی که آمده است، اعداد مورد نظر ما شامل ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ هستند و چون در

سمت چپ خط عمودی فقط  $x$  نوشته شده ( $|x|$ )، پس نیازی نیست روی آن‌ها تغییر بدهیم.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

مثال: اعضای مجموعه  $\{2x+1 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x \leq 2\}$  را بنویسید.

$$A = \{\underbrace{2 \times (-2) + 1}_{-3}, \underbrace{2 \times (-1) + 1}_{-1}, \underbrace{2 \times (0) + 1}_{+1}, \underbrace{2 \times (1) + 1}_{+3}, \underbrace{2 \times (2) + 1}_{+5}\} \Rightarrow A = \{-3, -1, +1, +3, +5\}$$

**مثال:** اعضای مجموعه  $\left\{ \frac{x+1}{x+2} \mid x \in W, x < 5 \right\}$  را بنویسید.

$x \in W$ , نشان می‌دهد که اعداد مورد نظر جزو اعداد حسابی هستند و  $x < 5$  یعنی آن‌ها از ۵ کوچک‌ترند.

از آنجا که اعداد حسابی از صفر شروع می‌شوند، پس اعداد مورد نظر ما شامل (۰, ۱, ۲, ۳, ۴) هستند. کافی است

آن‌ها را درون رابطه  $\frac{x+1}{x+2}$  قرار دهیم، تا اعضای مجموعه به دست آیند:

$$A = \left\{ \frac{(0)+1}{(0)+2}, \frac{(1)+1}{(1)+2}, \frac{(2)+1}{(2)+2}, \frac{(3)+1}{(3)+2}, \frac{(4)+1}{(4)+2} \right\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6} \right\}$$

**نکته:** گاهی پس از به دست آوردن اعضای مجموعه مشاهده می‌کنیم برخی از آن‌ها تکراری هستند. در این

حالت باید آن‌ها را حذف کنیم.

**مثال:** اگر  $A = \{x-1 \mid x \in Z, -4 < x \leq 2\}$  و  $B = \{a+2 \mid a \in A, -2 < a\}$  باشد، اعضای مجموعه B را به دست

آورید.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید برای پیدا کردن اعضای مجموعه B، باید ابتدا اعضای مجموعه A را پیدا کنیم.

در مجموعه A اعداد مورد نظر صحیح هستند ( $x \in Z$ ) و شامل (۲, ۱, ۰, -۱, -۲, -۳) می‌شوند.

حال باید آن‌ها را در رابطه  $x-1$  قرار دهیم:  $A = \{(-3)-1, (-2)-1, (-1)-1, (0)-1, (1)-1, (2)-1\} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$

برای مجموعه B اعداد مورد نظر باید عضو A باشند و از -۲ بزرگتر باشند. پس این اعداد شامل (۱, ۰, -۱)

هستند کافی است آن‌ها را در رابطه  $a+2$  قرار دهیم:  $B = \{(-1)+2, (0)+2, (1)+2\} = \{1, 2, 3\}$

**نکته:** گاهی در توضیح یک مجموعه به زبان ریاضی در قسمتی که محدوده اعداد نوشته می‌شوند، مانند مثال

قبل یک عبارت نوشته شده که با توجه به آن اعداد را باید پیدا کنیم.

## ➤ نوشتن مجموعه به زبان ریاضی

تاکنون مثال‌هایی را بررسی کردیم که در آن مجموعه به زبان ریاضی توضیح داده شده بود و می‌بایست اعضای آن را مشخص می‌کردیم. اکنون برعکس این کار را انجام می‌دهیم، یعنی از روی اعضای یک مجموعه، آن را به زبان ریاضی بازنویسی می‌کنیم. برای این کار کافی است ابتدا رابطه بین عضوهای مجموعه را بررسی کرده و مشخص می‌کنیم که این اعضاء چگونه ساخته شده‌اند. در این جا با چند مثال این کار را می‌آموزیم.

**مثال:** مجموعه  $A = \{-12, -11, -10, \dots, 58\}$  را به زبان ریاضی بنویسید.

مشاهده می‌کنید اعضای این مجموعه همگی عضو مجموعه اعداد صحیح  $(x \in Z)$  و از  $-12$  تا  $+58$  هستند

$$A = \{x \mid x \in Z, -12 \leq x \leq 58\} \quad \text{پس می‌توانیم بنویسیم: } (-12 \leq x \leq 58)$$

دقت کنید در مثال قبل، به جای  $(-12 \leq x \leq 58)$  می‌توانستیم عبارت‌های  $-13 < x \leq 58$  یا

$59 > x > -12$  یا  $58 < x < -13$  را هم بنویسیم.

## + درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاضل مجموعه ها

### اشتراک مجموعه ها

در مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{1, 4, 5\}$  اعداد ۱ و ۴، عضوهای مشترک دو مجموعه هستند اگر این اعداد را درون یک مجموعه جدید قرار دهیم  $\{1, 4\}$ ، به این مجموعه، مجموعه اشتراک  $A$  و  $B$  می‌گوییم. بنابراین این اشتراک دو مجموعه  $A$  و  $B$  مجموعه‌ای شامل همهٔ عضوهای است که هم عضو مجموعه  $A$  و هم عضو مجموعه  $B$  است. این مجموعه را با نماد  $A \cap B$  نشان می‌دهیم.

$$A \cap B = \{1, 4\}$$

**مثال:** مجموعه اشتراک  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ،  $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$  و  $C = \{6, 7, 8, 9\}$  را بنویسید.

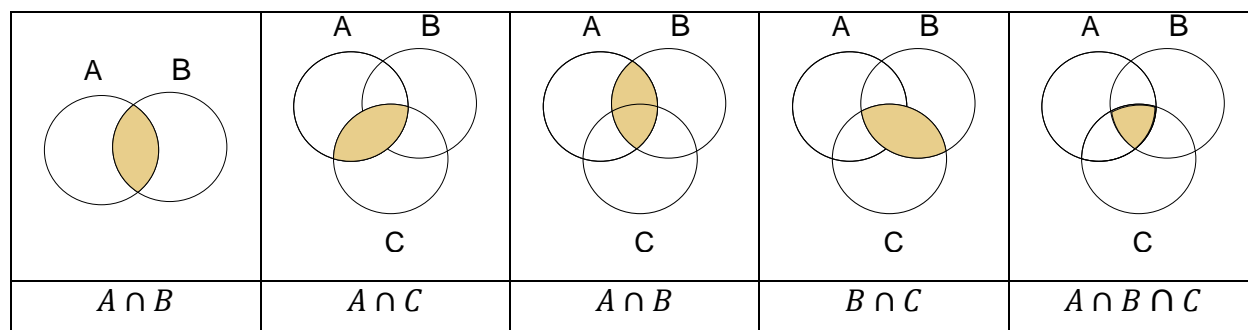
تنها عددی که عضو هر سه مجموعه است، عدد ۶ می‌باشد، پس:

$$A \cap B \cap C = \{6\}$$

### نمایش اشتراک مجموعه‌ها روی نمودار ون

همان‌طور که گفتیم، به اعضای مشترک دو یا چند مجموعه، اشتراک آن‌ها گفته می‌شود.

در هنگام رسم نمودار ون، برای دو یا چند مجموعه اعضای مشترک را در قسمت‌های مشترک شکل‌ها (قسمت‌هایی که روی هم قرار می‌گیرند) می‌نویسیم. در این جا ابتدا با رنگ اشتراک مجموعه‌ها را روی نمودار ون نمایش می‌دهیم.



**نکته:** اگر مجموعه‌ای مثل  $A$  داشته باشیم که زیر مجموعه  $B$  باشد، یعنی همه عضوهای  $A$  در  $B$  باشند  $(A \subseteq B)$ ، آن‌گاه اشتراک آن‌ها، همان مجموعه کوچک‌تر  $(A \cap B = A)$  است، زیرا اعضای مجموعه کوچک‌تر در هر دو مجموعه وجود دارند.

### اجتماع مجموعه‌ها

اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  مجموعه‌ای است شامل همه عضوهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه  $A$  و  $B$  باشد و آن را با نماد  $\cup$  نشان می‌دهیم، یعنی  $(A \cup B)$ .

**مثال:** اگر  $A = \{\text{شمارنده‌های عدد } 100\}$  و  $B = \{\text{مضارب عدد } 10, \text{ کوچکتر یا مساوی } 100\}$  باشند،  $A \cup B$  و  $A \cap B$  را بنویسید.

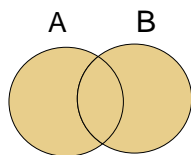
$$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\} \quad B = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

$$A \cap B = \{10, 20, 50, 100\}$$

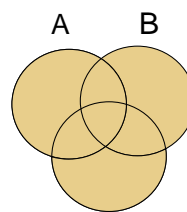
$$A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$$

### نمایش اجتماع مجموعه‌ها روی نمودار ون

از آن جا که اجتماع دو یا چند مجموعه، شامل همه اعضای دو یا چند مجموعه است، در نمودار ون برای نشان دادن اجتماع، تمام سطح مجموعه‌ها را رنگ می‌زنیم.



$A \cup B$

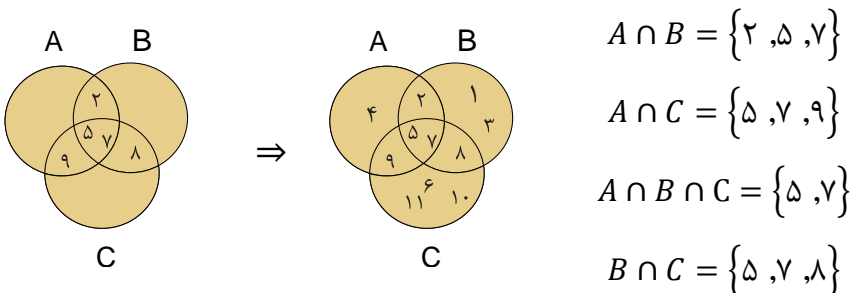


$A \cup B \cup C$

**مثال:** اگر  $A = \{2, 5, 7, 9, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$  و  $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  باشد، نمودار ون آن‌ها

را رسم کرده و  $A \cup B$  و  $B \cup C$  را روی آن به دست آورید.

برای رسم نمودار ون، بهتر است ابتدا اعضای قسمت‌های اشتراک را بنویسیم و سپس نمودار را کامل کنیم:



$$A \cap B = \{2, 5, 7\}$$

$$A \cap C = \{5, 7, 9\}$$

$$A \cap B \cap C = \{5, 7\}$$

$$B \cap C = \{5, 7, 8\}$$

**نکته:** اگر مجموعه‌ای مثل A داشته باشیم که زیر مجموعه B باشد، یعنی همه عضوهای A درون B وجود داشته باشند ( $A \subseteq B$ )، آن‌گاه اجتماع آن‌ها برابر با مجموعه بزرگ است، زیرا تمام اعضای دو مجموعه در مجموعه بزرگ قرار دارند.

### تفاضل مجموعه‌ها

اگر دو مجموعه مثل A و B داشته باشیم و مجموعه‌ای تشکیل دهیم که شامل عضوهایی باشد که در A وجود دارند ولی در B وجود ندارند، به آن تفاضل ( $A - B$ ) می‌گوییم.

در واقع نوشتن مجموعه  $A - B$  باید عضوهای مشترک A و B را از درون A حذف کنیم. مثلاً فرض کنید

$A = \{2, 3, 4, 5\}$  و  $B = \{5, 6, 7\}$  باشد عضوهای مشترک A و B شامل 5 هستند. اگر این عضو را از A حذف

کنیم.  $A - B$  به دست می‌آید.

$$A - B = \{2, 3, 4, 5\} - \{5, 6, 7\} = \{2, 3, 4\}$$

حال اگر بخواهیم  $B - A$  را به دست آوریم. باید عضوهای مشترک A و B را از B حذف کنیم:

$$B - A = \{5, 6, 7\} - \{2, 3, 4, 5\} = \{6, 7\}$$

**نکته:** همان طور که در مثال بالا دیدید  $A-B$  و  $B-A$  جواب های متفاوتی دارند.

### نمایش تفاضل به زبان ریاضی

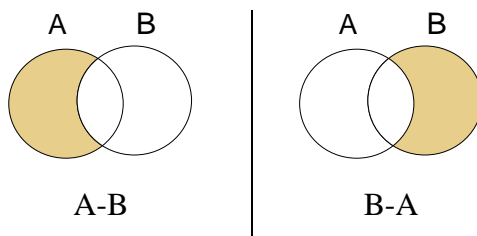
همان طور که گفتیم،  $A-B$  یعنی عضوهایی که درون مجموعه  $A$  هستند ولی در مجموعه  $B$  وجود ندارند. این

$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$

مطلب را به زبان ریاضی به صورت مقابل نشان می دهیم:

### نمایش تفاضل روی نمودار ون

قسمت رنگ شده، نشان دهنده ناحیه مورد نظر است.



**نکته:** اگر  $A \subseteq B$  باشد، آن گاه  $A - B = \emptyset$  است ولی  $B - A \neq \emptyset$ . این مورد را با یک مثال نشان می دهیم.

فرض کنید  $A = \{5, 6\}$  و  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  باشد ( $A \subseteq B$  است)، آن گاه اعضای مشترک آن ها همان 5 و 6 هستند. اگر از  $A$  این اعضا را خط بزنیم دیگر برای  $A$  عضوی باقی نمی ماند:

$$A - B = \{5, 6\} - \{3, 4, 5, 6, 7\} = \{ \}$$

اما  $B - A$  تهی نخواهد بود:

$$B - A = \{3, 4, 5, 6, 7\} - \{5, 6\} = \{3, 4, 7\}$$

## نتیجه گیری:

اگر دو مجموعه مثل  $A$  و  $B$  داشته باشیم که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند ( $A \cap B = \emptyset$ ), آن گاه  $A - B = A$  و  $B - A = B$  خواهد بود زیرا هیچ عضوی از  $A$  و  $B$  حذف نمی شود.

**نکته:** در ریاضی به دو مجموعه که هیچ عضو مشترکی ندارند, مجموعه های جدا از هم می گویند.

## ➤ درس چهارم: مجموعه ها و احتمال

### احتمال

در سال‌های قبل با مفهوم احتمال ریاضی آشنا شدیم. گفته شد که در احتمال ریاضی برای نشان دادن احتمال روی دادن یک اتفاق، یک نسبت (کسر) استفاده می‌کنیم. این نسبت به صورت زیر است:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تمام همه حالت های ممکن}}$$

### نوشتن حالت ها به صورت مجموعه

برای به دست آوردن احتمال یک پیشامد مانند  $A$ ، می‌توانیم همه حالت‌های ممکن را در یک مجموعه به نام  $S$  بنویسیم و همه حالت‌های مطلوب و مورد نظر را در یک مجموعه با نام  $A$  بنویسیم، در این صورت احتمال روی دادن اتفاق  $A$  را که با  $P(A)$  نشان می‌دهیم به این صورت نمایش می‌دهیم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{ عدد اصلی مجموعه } A \text{ (تعداد حالت‌های روی دادن } A) \\ \longrightarrow \text{ عدد اصلی مجموعه } S \text{ (تعداد کل حالت‌ها)} \end{array}$$

یادآوری: عدد اصلی یک مجموعه همان تعداد اعضای مجموعه است.

**مثال:** اگر تاسی بیندازیم احتمال اینکه عدد رو شده زوج باشد را بدست آورید.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6}$$



## بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



### دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



### نمونه‌سوال‌های حل شده

با نمونه‌سوال‌های حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



### خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



### ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



[www.youtube.com/@saminskill](https://www.youtube.com/@saminskill)

[www.aparat.com/set\\_ir\\_official](https://www.aparat.com/set_ir_official)

[www.instagram.com/set.ir.shop](https://www.instagram.com/set.ir.shop)

[t.me/set\\_ir\\_levelup](https://t.me/set_ir_levelup)

[@set\\_ir\\_levelup](https://www.facebook.com/set_ir_levelup)

[@levelupset](https://www.facebook.com/levelupset)

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید