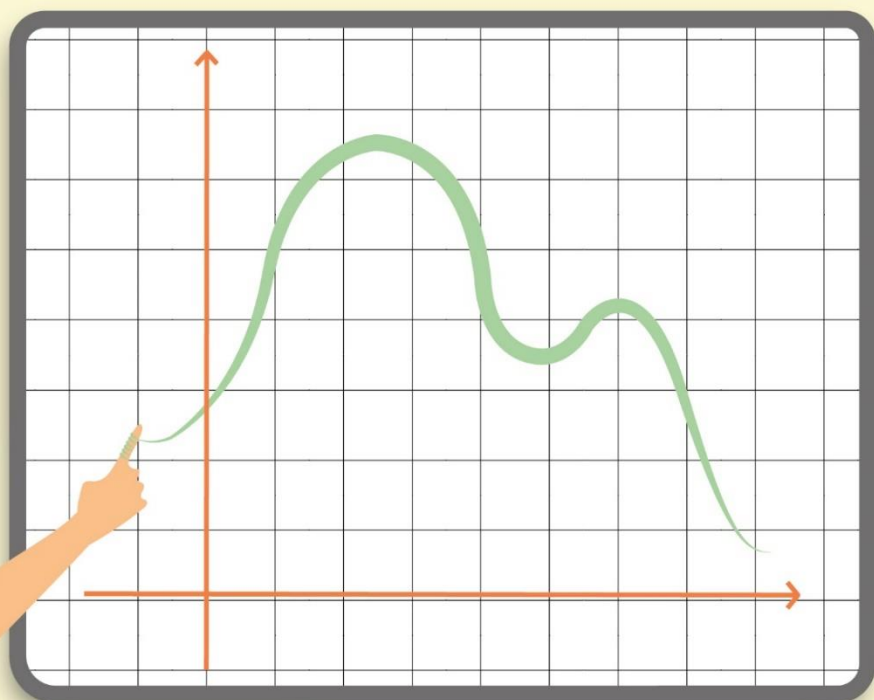


حسابان یازدهم

مستویه دوم

(نکات و خلاصه درس)



فصل اول. درس اول :

مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

جمله عمومی دنباله حسابی

تصاعد حسابی، به دنباله‌ای از اعداد گفته می‌شود که اختلاف هر دو جمله متوالی آن مقداری ثابت، مثلاً d باشد، که به آن اختلاف مشترک می‌گویند.

در تصاعد حسابی روابط زیر برای قدر نسبت برقرار است:

$$a_n - a_m = (n - m) \times d$$

$$a_n - a_{n-1} = d$$

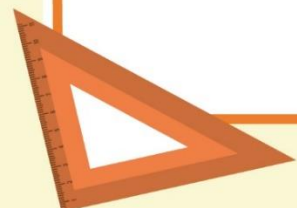
نکته‌ها

نکته ۱: اگر جمله اول یک دنباله حسابی a_1 و اختلاف مشترک آن d باشد، آنگاه جمله n ام برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \times d$$

نکته ۲: اگر a, b, c سه جمله متوالی دنباله حسابی باشند و b واسطه حسابی بین a, c باشد، آنگاه:

$$2b = c + a$$



نکته ۳: برای به دست آوردن اختلاف مشترک یک دنباله حسابی با داشتن جمله اول (a_1) ، جمله آخر

$$(a_n)$$

و تعداد اعداد (n) ، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم.

$$d = \frac{a_n - a_1}{n - 1}$$

نکته ۴: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی (S_n) ، با استفاده از جمله اول a_1 ، جمله آخر a_n و

اختلاف مشترک d به دو صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n - 1) \times d]$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n]$$

مثال‌ها

مثال ۱: اگر دنباله اعداد به صورت ...، $1, 4, 7, 10, 13$ ، جمله عمومی و جمله ۱۰ام این دنباله را

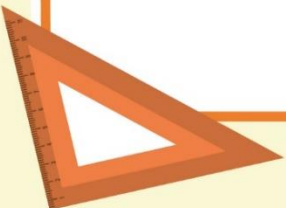
به دست آورید.

پاسخ:

$$a_1 = 1, \quad d = 3, \quad n = 10$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \times d = 1 + (n - 1) \times 3 = 1 + 3n - 3 = 3n - 2$$

$$a_{10} = a_1 + (9) \times 3 = 1 + 27 = 28$$



مثال ۲: جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت زیر است. k را پیدا کنید. سپس جمله عمومی را بنویسید.

$$a_n = (k - 2)n^2 + kn + 1$$

پاسخ:

در جمله عمومی دنباله حسابی، جملاتی که در آن توان n بیشتر از ۱ باشد، دارای ضریب صفر است.

$$k - 2 = 0 \rightarrow k = 2$$

$$a_n = 2n + 1$$

مثال ۳: می‌خواهیم بین دو عدد ۳ و ۳۳ تعداد ۵ واسط حسابی قرار دهیم. اختلاف مشترک دنباله این اعداد را بیابید.

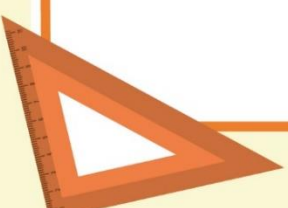
پاسخ: با استفاده فرمول $d = \frac{a_n - a_1}{n+1}$ می‌توانیم اختلاف مشترک دنباله حسابی را محاسبه کنیم.

$$d = \frac{33 - 3}{5 + 1} = 5$$

$$3, 8, 13, 18, 23, \dots$$

مثال ۴: مجموع ۱۰۰ جمله اول دنباله حسابی زیر را به دست آورید.

$$1, 4, 7, 10, 13, \dots$$



پاسخ: با داشتن قدر نسبت d و جمله اول a_1 می توان مجموع 100 جمله اول دنباله حسابی را به دست آورد.

$$d = 3, a_1 = 1, n = 100$$

$$s_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) \times d] \rightarrow s_{100} = \frac{100}{2} [2 \times 1 + (100 - 1) \times 3]$$

$$s_{100} = 50 \times [2 + 297] = 50 \times 299 = 14950$$

مثالها

مثال ۵: اگر $a_{12} + a_9 = 15$ آنگاه مجموع 20 جمله اول را بیابید.

پاسخ:

$$a_{12} + a_9 = (a_1 + 11d) + (a_1 + 8d) = 2a_1 + 19d = 15$$

$$s_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n] \rightarrow s_{20} = \frac{20}{2} (2a_1 + 19d) = 10 \times 15 = 150$$

مثال ۶: فرض کنید مجموع n جمله اول از رابطه $s_n = 3n^2 - 4n$ به دست می آید. جمله عمومی

دنباله را بدست آورید.

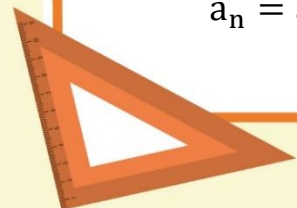
پاسخ:

$$s_1 = a_1 = 3 \times 1^2 - 4 \times 1 = -1, s_2 = 3 \times 2^2 - 4 \times 2 = 4$$

$$s_2 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_2 = s_2 - a_1 = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5$$

$$d = a_2 - a_1 = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = -1 + (n - 1)6 = -1 + 6n - 6 = 6n - 7$$



تصاعد هندسی، به دنباله ای از اعداد گفته می‌شود که هر عدد با استفاده از ضرب عدد قبلی در قدر نسبت به دست می‌آید. جمله عمومی دنباله هندسی به صورت زیر است که در آن a_1 جمله اول و q قدرنسبت دنباله است.

$$a_n = a_1 \times q^{n-1}$$

مجموع n جمله اول تصاعد هندسی

مجموع n جمله اول دنباله هندسی با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید. در این رابطه a_1 جمله اول و q قدرنسبت دنباله هندسی و n تعداد جملات می‌باشد.

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

در دنباله هندسی a_n با جمله عمومی $a_n = a_1 \times q^{n-1}$ ، چنانچه $|q| < 1$ باشد، آنگاه مجموع همه جملات دنباله برابر با $S_n = \frac{a_1}{1-q}$ است.

مثال‌ها

مثال ۱: مجموع ۱۰ جمله اول دنباله هندسی زیر را به دست آورید.

$$1, 2, 4, 8, \dots$$

پاسخ: قدر نسبت این دنباله برابر با ۲ است.

$$q = 2, a_1 = 1, n = 10$$



$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$S_{10} = 1 \times \frac{1 - (2)^{10}}{1 - 2} = \frac{1 - 1024}{-1} = 1023$$

مثال ۲: جمله ۱۰ام دنباله زیر را به دست آورید.

۱, ۲, ۴, ۸, ...

پاسخ:

$$a_1 = 1, q = 2$$

$$a_n = a_1 \times q^{n-1}$$

$$a_{10} = 1 \times (2)^{10-1} = 2^9 = 512$$

مثال‌ها

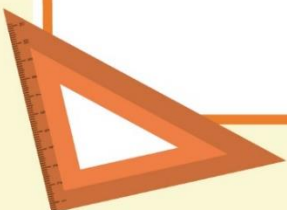
مثال ۳: مجموع هشت جمله اول دنباله زیر را بیابید.

۵, ۱۰, ۲۰, ۴۰, ...

پاسخ:

$$a_1 = 5, q = 2$$

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \rightarrow S_8 = 5 \times \frac{1 - (2)^8}{1 - 2} = 5 \times \frac{1 - 256}{-1} = 5 \times 255 = 1275$$



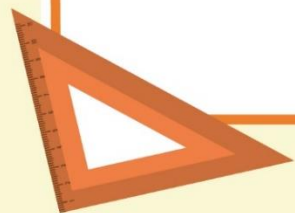
مثال ۴: در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ است.

جمله اول،

چند برابر جمله پنجم است؟

پاسخ:

$$\begin{aligned} \frac{s_6}{s_3} &= \frac{153}{136} \rightarrow \frac{a_1 \frac{1-q^6}{1-q}}{a_1 \frac{1-q^3}{1-q}} = \frac{9}{8} \rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \rightarrow q = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{a_1}{a_5} = \frac{a_1}{a_1 q^4} = \frac{1}{q^4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{16}} = 16 \end{aligned}$$





بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



www.youtube.com/@saminskill

www.aparat.com/set_ir_official

www.instagram.com/set.ir.shop

t.me/set_ir_levelup

[@set_ir_levelup](https://www.facebook.com/set_ir_levelup)

[@levelupset](https://www.facebook.com/levelupset)

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید