

ریاضی یازدهم

مقطع دوم

(نمونه سوالات حل شده)



(تمامی حقوق متعلق به مجتمع
آموزشی و پژوهشی ثمین می باشد.)



فصل اول : هندسه تحلیلی و جبر

۱- فاصله دو نقطه $B(3,5), A(1,7)$ را بیابید.

پاسخ:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$AB = \sqrt{(3 - 1)^2 + (5 - 7)^2} = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

۲- اگر دو سر قطر یک دایره نقاط $(1,5), (3,2)$ باشد شعاع دایره را حساب کنید.

پاسخ:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$AB = \sqrt{(3 - 1)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{13}$$

$$\frac{\sqrt{13}}{2} \quad \text{شعاع}$$

۳- اگر راس های مثلثی $A(3,1), B(0, - 1), C(2, - 3)$ باشد. طول میانه AM را بیابید.

پاسخ:

$$M = \left(\frac{0 + 2}{2}, \frac{-1 - 3}{2} \right) = (1, -2)$$

$$AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2}$$

$$AM = \sqrt{(3 - 1)^2 + (1 + 2)^2} = \sqrt{13}$$

۴- اگر نقطه $m(1,3)$ نقطه وسط پاره خط AB و $A(0,6)$ باشد، مختصات نقطه B را بیابید.

پاسخ:

$$(1,3) = \left(\frac{0 + x_B}{2}, \frac{6 + y_B}{2} \right)$$

$$x_B = 2, y_B = 0$$

۵- اگر مختصات سه راس مستطیلی $A(3,2)$, $B(2,-1)$, $C(-2,2)$ باشند، مختصات راس D را بیابید.

پاسخ:

$$A + C = B + D$$

$$D = A + C - B$$

$$(x_D, y_D) = (3,2) + (2,-1) - (-2,2)$$

$$(x_D, y_D) = (3 - 2 - 2, 2 + 2 + 1) = (-1,5)$$

۶- اگر دو نقطه $A(1,3), B(2,5)$ را داشته باشیم، معادله عمود منصف AB را بیابید.

پاسخ:

$$a = \frac{5-3}{2-1} = 2 \rightarrow a' = -\frac{1}{2}$$

$$m = \left(\frac{1+2}{2}, \frac{5+3}{2} \right) = \left(\frac{3}{2}, 4 \right)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2} \left(x - \frac{3}{2} \right)$$

$$y - 4 = -\frac{x}{2} + \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{x}{2} + \frac{19}{4}$$

۷- معادله خطی را بنویسید که شیب خط ۲ و عرض از مبدا آن -1 باشد.

پاسخ:

$$y = mx + b$$

$$m = 2, b = -1$$

$$y = 2x - 1$$

۸- معادله خطی بنویسید که از دو نقطه $(2,5), (4,3)$ بگذرد.

پاسخ:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - 4} = -1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = -1(x - 4)$$

$$y - 3 = -x + 4$$

$$y = -x + 7$$

۹_ معادله خطی بنویسید که طول از مبدا آن ۴ و عرض از مبدا آن ۲ باشد.

پاسخ:

طول از مبدا (4,0)

عرض از مبدا (0,2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

۱۰. معادله خطی بنویسید که از $(1,3)$ بگذرد و با خط $2x - 3y = 2$ موازی باشد.

پاسخ:

$$2x - 2 = 3y$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} = y$$

$$m = \frac{2}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{2}{3}(x - 1)$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

۱۱. مقدار a را طوری بیابید که دو خط زیر موازی باشند.

$$3x + (m + 2)y = 3$$

$$x + my = 1$$

پاسخ:

$$1) y = \frac{3 - 3x}{m + 2} \rightarrow m = -\frac{3}{m + 2}$$

$$2) y = \frac{1 - x}{m} \rightarrow m' = -\frac{1}{m}$$

$$m' = m \rightarrow \frac{-3}{m + 2} = \frac{-1}{m}$$

$$3m = m + 2 \rightarrow m = 1$$

۱۲- مقدار a را طوری بیابید که نقاط $(a-1, a), (4, 5), (2, 3)$ روی یک خط راست باشند.

پاسخ:

$$\frac{5-3}{4-2} = 1, \quad \frac{5-a}{4-a+1} = \frac{5-a}{5-a} = 1$$

اگر قرار باشد سه نقطه روی یک خط باشند باید شیب یکسانی داشته باشند. به ازای هر a این نقطه روی یک خط است.

۱۳- معادله خطی را بنویسید که از نقطه $(3, 2)$ بگذرد و بر معادله $y = \frac{x}{2} + 1$ عمود باشد.

پاسخ:

$$m = \frac{1}{2} \rightarrow m' = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = -2x + 6 \rightarrow y = -2x + 8$$

۱۴- مجموعه جواب های معادله زیر را به دست آورید.

$$\frac{b-2}{b+3} = \frac{3}{8}$$

پاسخ:

$$8(b-2) = 3(b+3)$$

$$8b - 16 = 3b + 9$$

$$5b = 25 \rightarrow b = 5$$

حال $b = 5$ را در معادله قرار می دهیم مخرج هیچ کسری را صفر نمی کند پس قابل قبول است.

۱۵- جواب معادله زیر را به دست آورید.

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{8}$$

پاسخ:

$$8(x+1) = 8(2) + (x-1)$$

$$8x + 8 = 16 + x - 1$$

$$7x = 7 \rightarrow x = 1$$

۱۶- به ازای چه مقدار k معادله زیر دارای جواب $x = 2$ است.

$$\frac{1}{x-3} + \frac{4}{k} = \frac{2x}{x+1}$$

پاسخ:

با جایگذاری $x = 2$ در معادله k را به دست می آوریم.

$$\frac{1}{2-3} + \frac{4}{k} = \frac{4}{2+1}$$

$$-1 + \frac{4}{k} = \frac{4}{3} \rightarrow k = \frac{12}{7}$$



۱۷- معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{3}{x} + \frac{x+1}{2} = 3$$

پاسخ:

$$6 + x^2 + x = 6x$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0 \rightarrow x = 2, 3$$



۱۸- معادله زیر را حل کنید.

$$2 + \sqrt{4 + x} = x$$

پاسخ:

$$\sqrt{4 + x} = x - 2$$

$$(\sqrt{4 + x})^2 = (x - 2)^2$$

$$4 + x = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - 5x = 0 \rightarrow x = 0, 5$$

حال باید x ها را در معادله تست کنیم.

$$x = 0 \rightarrow 2 + \sqrt{4 + 0} \neq 0$$

$$x = 5 \rightarrow 2 + \sqrt{4 + 5} = 3$$

معادله بالا به ازای $x = 5$ برقرار است.

۱۹- معادله زیر را حل کنید.

$$\sqrt{5 + \sqrt{3x + 4}} = 3$$

پاسخ:

$$\left(\sqrt{5 + \sqrt{3x + 4}}\right)^2 = (3)^2$$

$$5 + \sqrt{3x + 4} = 9$$

$$\sqrt{3x + 4} = 4 \rightarrow 3x + 4 = 16 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$$

حال $x = 4$ را در معادله تست می کنیم.

$$\sqrt{5 + \sqrt{12 + 4}} = 3$$

پس $x=4$ جواب معادله بالا است.

۲۰- معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = 2\sqrt{x^3}$$

پاسخ:

$$\frac{(\sqrt{x} + 1)^2 - (\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{(x + 1 + 2\sqrt{x}) - (x + 1 - 2\sqrt{x})}{x - 1}$$

$$\frac{4\sqrt{x}}{x - 1} = 2x\sqrt{x} \rightarrow \frac{4}{x - 1} = 2x$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \quad x = 2, -1 \rightarrow \text{غ ق ق -1}$$

۲۱- تعیین کنید سهمی زیر دارای ماکزیمم است یا مینیمم؟

$$y = -x^2 + 3x + 1$$

پاسخ:

سهمی دارای ماکزیمم است $a = -1 < 0$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} + 1 = \frac{13}{4}$$

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$$

۲۲. ریشه‌های معادله زیر را بیابید.

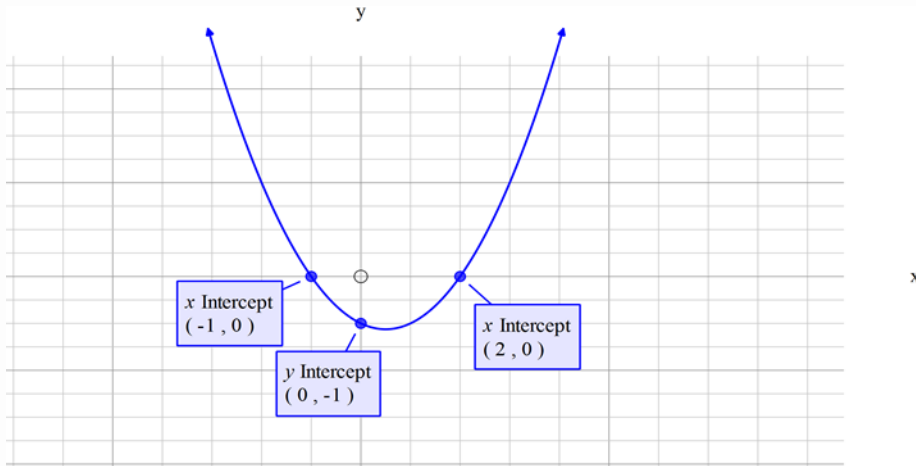
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

پاسخ:

$$b^2 - 4ac = 36 - (4 \times 5 \times 1) = 16$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 \pm 4}{2} = 1,5$$

۲۳- معادله سهمی زیر را بنویسید.



پاسخ:

α, β ریشه های معادله هستند.

$$f(0) = -1$$

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

$$-1 = a(0 - 2)(0 + 1) \rightarrow -1 = a(-2)(1)$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)(x + 1) = \frac{1}{2}(x^2 - x - 2)$$

۲۴- بدون حل معادله، علامت ریشه های معادله زیر را به دست آورید.

$$-x^2 + 3x + 1 = 0$$

پاسخ:

دارای دو ریشه مختلف علامت است $p = \frac{c}{a} = -1$

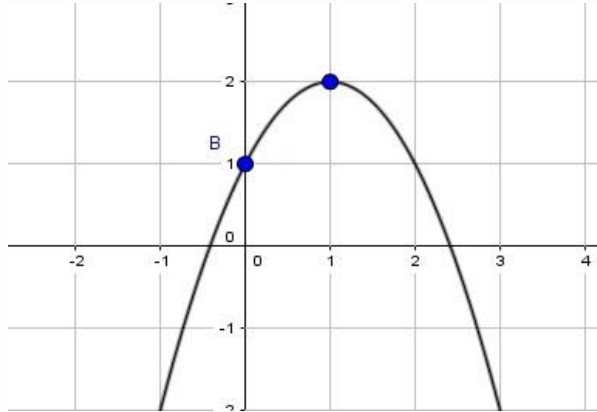
۲۵- حدود m را به گونه ای تعیین کنید که معادله دارای دو ریشه مختلف علامت باشند.

$$mx^2 + 4x + 4 - m = 0$$

پاسخ:

$$\frac{4 - m}{m} < 0 \rightarrow m < 0 \text{ یا } m > 4$$

۲۶- علامت ضریب a, b, c را در سهمی زیر بیابید.



پاسخ:

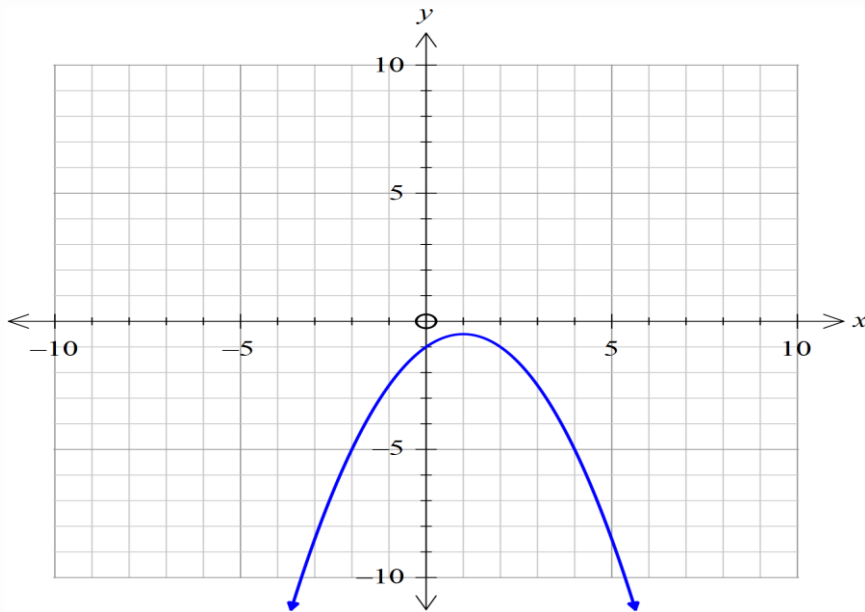
$(a < 0)$ است به دلیل اینکه گودی سهمی رو به پایین است.

$(b > 0)$ علامت b از روی نقطه ای که بیشترین مقدار y را دارد معلوم می شود طبق فرمول

مقدار آن $-\frac{b}{2a} > 0$ است. چون $a < 0$ است، پس $b > 0$ می باشد.

$(c > 0)$ نقطه ای است که نمودار محور y را قطع می کند.

۲۷- نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ در شکل زیر رسم شده است. علامت a, b, c را بیابید.



پاسخ:

نقطه برخورد با محور y ها $c < 0$

چون دهانه سهمی رو به پایین است $a < 0$

محور تقارن سهمی چون $a < 0$ پس $-\frac{b}{2a} > 0$: $b > 0$

۲۸- معادله درجه دو زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

$$x^2 - 6x = 0$$

پاسخ:

$$x^2 - 6x + 9 = 9$$

$$(x - 3)^2 = 9$$

$$x - 3 = \pm 3 \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 3 \rightarrow x = 6 \\ x - 3 = -3 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

۲۹- معادله درجه ۲ زیر را به روش تجزیه حل کنید.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

پاسخ:

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 3$$

۳۰- معادله درجه دو زیر را به روش دلتا حل کنید.

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

پاسخ:

$$b^2 - 4ac$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$b^2 - 4ac = 25 - 4(1)(-6) = 49$$

$$\frac{-5 \pm 7}{2} = 1, -6$$

۳۱- اگر α, β ریشه های معادله $2x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

1) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

2) $\frac{\beta}{\alpha^2} + \frac{\alpha}{\beta^2}$

3) $\alpha^2 \beta + \beta^2 \alpha$

پاسخ ۱:

$$p = \alpha \times \beta = \frac{1}{2}, \quad s = \alpha + \beta = \frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha \times \beta} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} = 5$$

پاسخ ۲:

$$\frac{\beta^2 + \alpha^3}{(\alpha \beta)^2} = \frac{s^3 - 3ps}{p^2} = \frac{\frac{125}{8} - \frac{15}{4}}{\frac{1}{4}} = 95$$

پاسخ ۳:

$$\alpha \beta (\alpha + \beta) = ps = \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

۳۲- اگر ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ به ترتیب $\log_4 A, \log_4 B$ باشد حاصل AB را بیابید.

پاسخ:

$$S = \log_4 A + \log_4 B = \log_4 AB = \frac{3}{2}$$

$$A \times B = (4)^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$$

۳۳- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}$ باشد.

پاسخ:

$$s = 1 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 2$$

$$p = (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) = 1 - 3 = -2$$

$$x^2 - sx + p = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$$

۳۴- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش ۳ برابر ریشه های معادله زیر باشد.

$$x^2 + x - 3 = 0$$

پاسخ:

$$k = 3x \rightarrow x = \frac{k}{3}$$

$$\left(\frac{k}{3}\right)^2 + \frac{k}{3} - 3 = 0$$

$$\frac{k^2}{9} + \frac{k}{3} - 3 = 0 \rightarrow k^2 + 3k - 27 = 0$$

۳۵- اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشد معادله درجه دومی بنویسید که

ریشه هایش $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ باشد.

پاسخ:

$$S = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha \beta} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$p = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha \beta} = \frac{1}{-2}$$

$$x^2 - sx + p = 0 \rightarrow x^2 + 2x - \frac{1}{2} = 0$$

۳۶- اگر سن پدری ۵ برابر سن پسرش باشد و مجموع مربعات سن آنها ۴۱۶ است. سن هریک را بیابید.

پاسخ:

سن پسر $y =$ ، سن پدر $x =$

$$\begin{cases} x = 5y \\ x^2 + y^2 = 416 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = (5y)^2 + y^2 = 416 \rightarrow 26y^2 = 416$$

$$y^2 = 16 \rightarrow y = \pm 4 \rightarrow y = 4 \quad \text{سن منفی نمی شود}$$



۳۷- معادله زیر را حل کنید.

$$x^4 - 3x + 2 = 0$$

پاسخ:

$$x^2 = a$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0 \rightarrow a = 1, 2$$

$$a = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

$$a = 2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$



بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



www.youtube.com/@saminskill

www.aparat.com/set_ir_official

www.instagram.com/set.ir.shop

t.me/set_ir_levelup

@set_ir_levelup

@levelupset

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید