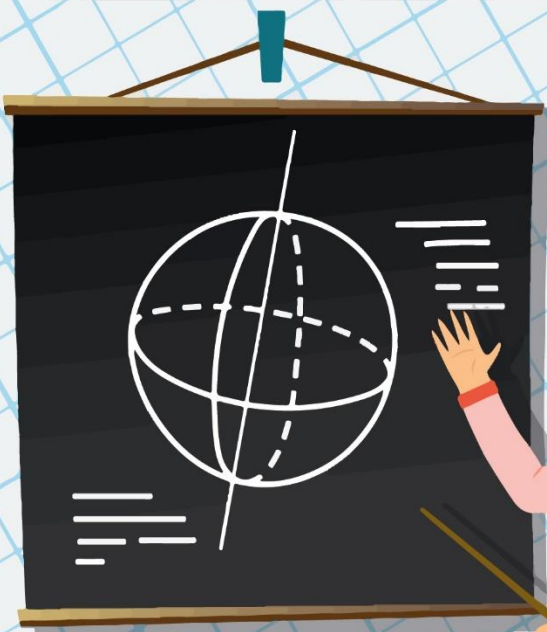


ریاضی و آمار یازدهم

مستویه دوم

(نکات و خلاصه درس)



(تمامی حقوق متعلق به مجتمع
آموزشی و پژوهشی ثمین می باشد.)

فصل اول: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

درس اول: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

گزاره:

عبارت یا جمله‌ای خبری است که ممکن است درست یا غلط باشد. به عنوان مثال جمله "۲ عددی اول است" گزاره‌ای با ارزش درست است و عبارت $-5 > -6$ گزاره‌ای با ارزش نادرست است.

مثال‌ها

مثال ۱: کدام گزینه گزاره است.

(۱) چه هوای خوبی!

(۲) چند سال دارید؟

(۳) لطفاً ساکت باشید.

(۴) فردا هوا بارانی است.

پاسخ: گزینه ۴ گزاره‌ای است که ارزش آن نامعلوم است.

مثال ۲: کدامیک از موارد زیر گزاره است؟ ارزش آن را بنویسید.

۱- شیراز پایتخت ایران است.

۲- شیراز شهری در استان فارس است.

۳- به مهمانی ما بیا

۴- هوا بارانی است.

۵- همیشه کمر بند ایمنی را ببندید.

پاسخ: عبارت ۱ گزاره‌ای با ارزش نادرست است. عبارت ۲ گزاره‌ای با ارزش درست است.

عبارت ۳ و ۵ گزاره نیستند و عبارت ۴ گزاره‌ای با ارزش نامعلوم است.

نماد گذاری:

گزاره‌ها را معمولاً با نماد p ، q ، r و ... نشان می‌دهیم.

در ادامه گزاره‌های درست را با T و گزاره‌های غلط را با F نشان می‌دهیم.

جدول ارزش گزاره‌ها:

جدولی است که در آن تمام حالت‌های ممکن برای ارزش گزاره‌ها نمایش داده می‌شود.

اگر n گزاره داشته باشیم، جدول ارزش دارای 2^n سطر می‌باشد.



جدول ارزش برای دو گزاره p و q :

p	Q
T	T
T	F
F	T
F	F

جدول ارزش گزاره ها برای سه گزاره r و q و p :

p	q	r
T	T	T
T	T	F
T	F	T
F	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T
F	F	F



نقیض یک گزاره:

نقیض گزاره‌ی p را با نماد $\sim p$ نمایش می‌دهیم و ارزش آن مخالف ارزش گزاره p است. یعنی اگر p گزاره‌ای درست باشد، $\sim p$ گزاره‌ای نادرست خواهد بود و برعکس.

P	$\sim p$
F	T
T	F

نکته‌ها

برای نوشتن نقیض یک گزاره به نکات زیر توجه نمایید:

۱- "هر" به "وجود دارد" تبدیل می‌شود و برعکس.

۲- "و" به "یا" تبدیل می‌شود و برعکس.

۳- نقیض " $>$ "، " \leq " است و برعکس.

۴- نقیض " $<$ "، " \geq " است و برعکس.

۵- نقیض \in ، \notin است و برعکس.

۶- نقیض \subset ، $\not\subset$ است و برعکس.

مثال‌ها

مثال ۳: نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

(۱) مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است.

(۲) هر لوزی مربع است.

(۳) $2 > 3$ است.

(۴) به ازای هر x ، $x < x + 1$

(۵) 2 عددی اول و $\sqrt{2}$ گویا است.

پاسخ: نقیض گزاره‌ها به ترتیب به صورت زیر است:

(۱) مثلثی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن 180° نیست.

(۲) لوزی‌ای وجود دارد که مربع نیست.

(۳) $2 \not> 3$ یا $2 \leq 3$ است.

(۴) وجود دارد x ای که $x \geq x + 1$

(۵) 2 عددی مرکب یا $\sqrt{2}$ گنگ است.

گزاره‌ها به دو دسته ساده و مرکب تقسیم می‌شوند. گزاره‌های مرکب از ترکیب دو یا چند گزاره ساخته می‌شوند که در ادامه به آن می‌پردازیم.

(۱) ترکیب عطفی:

در ترکیب عطفی گزاره‌ها با لفظ " و " ترکیب می‌شوند و ترکیب عطفی دو گزاره‌ی p و q را با نماد $p \wedge q$ نمایش می‌دهیم. ارزش زمانی $p \wedge q$ زمانی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

مثال‌ها

مثال ۴: ابتدا ارزش گزاره زیر را تعیین کنید سپس نقیض آن را بنویسید.

" π عددی گنگ و $\sqrt{3}$ گویا است."

پاسخ: π عددی گنگ است درست و $\sqrt{3}$ گویا است نادرست است. پس ترکیب عطفی این دو دارای ارزش نادرست است. همچنین نقیض آن به صورت " π عددی گویا یا $\sqrt{3}$ گنگ است." می‌باشد.

۲) ترکیب فصلی:

در ترکیب فصلی، گزاره‌ها با لفظ "یا" ترکیب می‌شوند. ترکیب فصلی دو گزاره p و q را با نماد $p \vee q$ نمایش می‌دهیم. ارزش زمانی $p \vee q$ زمانی درست است که حداقل یکی از آن‌ها درست باشند.

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

نکته‌ها

- نقیض گزاره $p \vee q$ به صورت $\sim p \wedge \sim q$ است. $(\sim (p \vee q) = \sim p \wedge \sim q)$
- نقیض گزاره $p \wedge q$ به صورت $\sim p \vee \sim q$ است. $(\sim (p \wedge q) = \sim p \vee \sim q)$

مثال‌ها

مثال ۵: ارزش گزاره ی زیر را بنویسید. سپس نقیض آن را بنویسید.

" ۱۷ عددی اول است یا خيام فيزيكدان است."

پاسخ: ارزش این گزاره درست است زیرا " ۱۷ عددی اول است" درست است. نقیض آن به-

صورت ۱۷ عددی مرکب (غیر اول) است و خيام فيزيكدان نیست.

نماد گذاری:

\equiv را نماد هم ارزی گوئیم و به این معنی است که دو گزاره در دو طرف نماد دارای ارزش یکسان هستند و منظور از T گزاره همواره درست و F گزاره همواره غلط است.

نکته‌ها

هم ارزی های مهم ترکیب عطفی و فصلی:

1) $p \wedge p \equiv p$

2) $p \wedge q \equiv q \wedge p$

3) $p \wedge T \equiv p$

4) $p \wedge F \equiv F$

5) $p \wedge \sim p \equiv F$

6) $p \vee T \equiv T$

7) $p \vee F \equiv p$

8) $p \vee \sim p \equiv T$

بررسی هم ارزی (\wedge) و (\vee)

$$p \vee F \equiv p$$

p	r	$p \vee F$
T	F	T
F	F	F

$$p \vee \sim p \equiv T$$

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	T
T	F	T	T
F	T	T	T

خواص ترکیب‌های عطفی و فصلی :

$$1) p \wedge (q \wedge r)$$

$$\equiv (p \wedge q) \wedge r$$

شرکت پذیری

$$2) p \wedge (q \vee r)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

پخش

$$3) p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

جذب

$$4) p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

شبه جذب

$$5) p \vee (q \vee r)$$

$$\equiv (p \vee q) \vee r$$

شرکت پذیری

$$6) p \vee (q \wedge r)$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

پخشی

$$7) p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

جذب

$$8) p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$$

شبه جذب

تمام خواص بالا به راحتی با رسم جدول ارزش گزاره‌ها اثبات می‌شوند.

۳) ترکیب شرطی دو گزاره:

هرگاه بخواهیم از گزاره p ، گزاره q را نتیجه بگیریم از نماد \Rightarrow استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم $p \Rightarrow q$ و می‌خوانیم p آنگاه q . گزاره شرطی p را مقدم و گزاره q را تالی یا موخر می‌گوییم. ارزش $p \Rightarrow q$ زمانی نادرست است که p درست و q غلط باشد.

P	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

نکته‌ها

گزاره $p \Rightarrow q$ ، با گزاره $\sim p \vee q$ هم ارز است. $(p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q)$

نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $p \wedge \sim q$ است. $(\sim (p \Rightarrow q) = p \wedge \sim q)$

ترکیب دو شرطی گزاره‌ها

هر گاه بخواهیم از گزاره p گزاره q را نتیجه بگیریم و از گزاره q گزاره p را نتیجه بگیریم از نماد $p \Leftrightarrow q$ استفاده می‌کنیم و می‌خوانیم: "اگر و تنها اگر q یا "اگر p آنگاه q و برعکس" یا "شرط لازم و کافی برای q ".

ترکیب دو شرطی زمانی درست است که p و q هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

P	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

نکته‌ها

برای رسم جدول ارزش گزاره‌های مرکب، ابتدا حالت‌های ممکن برای تمام گزاره‌های ساده را می‌نویسیم. سپس ارزش گزاره‌های داخل پرانتز را می‌یابیم تا به گزاره کلی برسیم.

مثال‌ها

مثال ۶: جدول ارزش گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \vee r$ را بنویسید.

پاسخ: چون ۳ گزاره ساده p و q و r را داریم پس این جدول دارای $2^3 = 8$ سطر است.

ابتدا ارزش گزاره‌ی داخل پرانتز را می‌یابیم که بدین منظور به $\sim p$ نیاز داریم. پس ستون چهارم ارزش $\sim p$ است. (سه ستون اول برای p و q و r هستند).

سپس ارزش $\sim p \Rightarrow q$ را می‌یابیم و در نهایت ارزش $(\sim p \Rightarrow q) \vee r$ را می‌یابیم.

p	q	r	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim p \Rightarrow q) \vee r$
T	T	T	F	T	T
T	T	F	F	T	T
T	F	T	F	T	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	T
F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	T
F	F	F	T	F	F

مثال ۷: هم ارزی زیر را نشان دهید.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

پاسخ:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	T

نکته‌ها

○ $\sim q \Rightarrow \sim p$ عکس نقیض $p \Rightarrow q$ می‌باشد و زمانی از آن استفاده می‌کنیم که اثبات $p \Rightarrow q$

مشکل باشد.

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \quad \circ$$



بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



www.youtube.com/@saminskill

www.aparat.com/set_ir_official

www.instagram.com/set.ir.shop

t.me/set_ir_levelup

[@set_ir_levelup](https://www.facebook.com/set_ir_levelup)

[@levelupset](https://www.facebook.com/levelupset)

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید