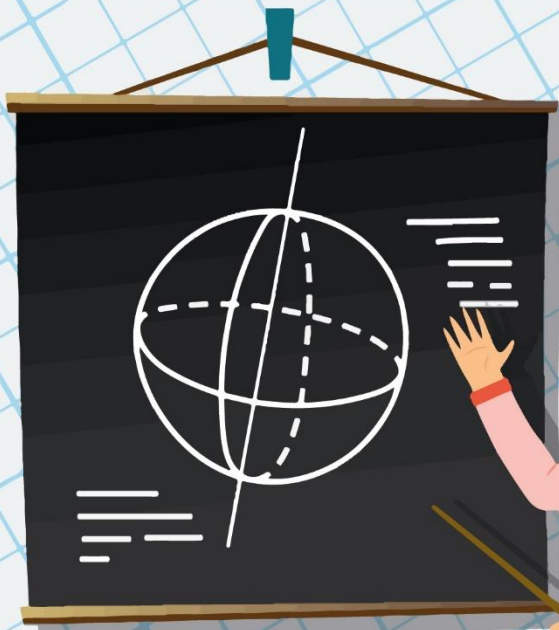


ریاضی و آمار یازدهم

منوطه دوم

(نمونه سوالات حل شده)



(تمامی حقوق متعلق به مجتمع
آموزشی و پژوهشی تمین می باشد.)

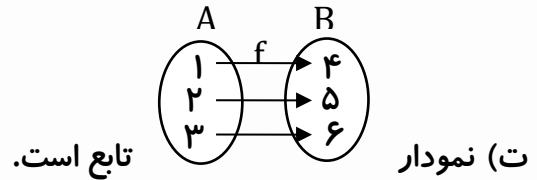
فصل اول

۱- کدام یک از جملات و عبارات زیر، گزاره محسوب می شوند؟ ارزش آنها را تعیین کنید.

(آ) حکیم عمر خیام، بزرگترین ریاضیدان جهان بوده است.

(ب) x عددی زوج است.

(پ) معادله $x^2 - 2x - 3 = 0$ دارای دو ریشه متمایز است.



(ث) نمودار خط $y = 2x - 1$ از نواحی اول و سوم نمی گذرد.

(ج) عدد $(-2)^n$ همیشه عددی منفی است. $(n \in \mathbb{N})$

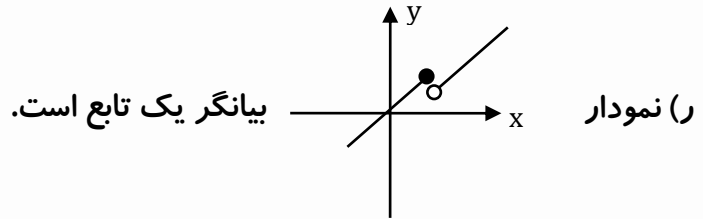
(چ) تعداد دندان های خراب هر فرد، متغیر کمی نسبتی است.

(ح) رشته مورد علاقه ی شما در دانشگاه چیست؟

(خ) کوچکترین عدد حسابی صفر است.

(د) روزی ۶ ساعت ریاضی بخوان.

(ذ) رابطه ی $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ همواره درست است. $(a, b \in \mathbb{R})$



(ز) دامنه تابع $f = \{(1, 5), (6, 2), (3, 10)\}$ برابر است با $D_f = \{1, 3, 6\}$.

(ژ) کوچکترین عدد اول طبیعی عدد ۱ است.

پاسخ:

(آ) گزاره نیست، چون ارزش گذاری برای این جمله، سلیقه ای است.

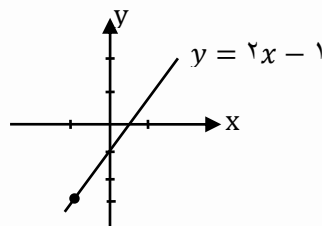
(ب) گزاره است و ارزش آن نامعلوم است، چون مقدار x داده نشده است.

(پ) گزاره نیست و ارزش آن درست است، زیرا دلتای معادله مثبت است:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16$$

(ت) گزاره است و ارزش آن درست است؛ چون از هر عدد یک فلش خارج شده است پس f تابع است.

(ث) گزاره ی نادرست است؛ زیرا این خط از نواحی اول، سوم و چهارم می گذرد؛ پس فقط از ناحیه دوم نمی گذرد.



x	-1	0	1
y	-3	-1	1

ج) گزاره ی نادرست است؛ چون اگر n زوج باشد حاصل $(-2)^n$ عددی مثبت می شود. به عنوان مثال

$$(-2)^2 = +4$$

چ) گزاره ی درست است. (نسبت تعداد دندان های خراب هر دو نفر، با معنی است).

ح) گزاره نیست. (جمله پرسشی است).

خ) گزاره ی درست است.

$$W = \{0, 1, 2, \dots\} = \text{مجموعه اعداد حسابی}$$

د) گزاره نیست. (جمله امری است).

ذ) گزاره ی درست است (اتحاد مربع دوجمله ای است).

ر) گزاره است و ارزش آن درست است؛ زیرا هر خط عمودی دلخواه، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.

ز) گزاره ی درست است؛ زیرا می دانیم دامنه ی تابع، شامل عضوهای اول زوج مرتب ها می باشد.

ژ) گزاره ی نادرست است زیرا کوچکترین عدد اول طبیعی، عدد ۲ است نه ۱.

۲- با استفاده از جدول ارزش ها، درستی یا نادرستی هم ارزی های زیر را بررسی کنید.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \Rightarrow \sim q) \text{ (آ)}$$

$$[(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)] \equiv F \text{ (ب)}$$

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q) \text{ (پ)}$$

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow q) \text{ (ت)}$$

پاسخ:

(آ)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

با توجه به جدول هم ارزی داده شده درست است.

(ب)

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

پس هم ارزی داده شده نادرست است زیرا گزاره ی F همواره نادرست است.

(پ)

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

پس هم ارزی داده شده درست است.

(ت)

p	q	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	ن
ن	ن	د	ن	د

با توجه به جدول هم ارزی داده شده نادرست است.

۳- ارزش گزاره های مرکب زیر را تعیین کنید.

(آ) اگر ۱۹ اول است، آنگاه $\sqrt{9}$ مربع کامل است.

(ب) اگر دو عدد فرد باشند، آنگاه مجموع آنها زوج است و برعکس.

(پ) اگر عدد ۳ اول و عدد ۹ زوج باشد، آنگاه ۳۰ مربع کامل است.

(ت) اگر ۴ عددی زوج یا منفی باشد، آنگاه ۷ عددی اول است.

ث) اگر عبارت $\frac{5x^2}{3x-1}$ گویا باشد و ۲۵ مربع کامل باشد، آنگاه مدت زمان صحبت با تلفن، متغیر کمی فاصله ای است.

$$(N \subseteq \mathbb{R}) \vee (\emptyset \neq N) \Leftrightarrow \sqrt{3} \notin \mathbb{Z} \text{ (ج)}$$

پاسخ:

(آ)

$$\underbrace{\underbrace{(۱۹ \text{ اول است})}_T}_F \Rightarrow \underbrace{\underbrace{(۳ \text{ مربع کامل است})}_F}_F$$

(ب)

$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت ۱:} \left(\underbrace{\text{دو عدد فرد باشند.}}_{T \text{ فرض می کنید}} \Rightarrow \underbrace{\text{مجموع آنها زوج است.}}_T \\ \text{حالت ۲:} \left(\underbrace{\text{مجموع دو عدد زوج باشند.}}_{T \text{ فرض می کنید}} \Rightarrow \underbrace{\text{دو عدد فرد هستند.}}_F \end{array} \right\} \Rightarrow \text{پس در کل نادرست است.}$$

(پ)

$$\underbrace{\left[\underbrace{\underbrace{(۳ \text{ اول است})}_T}_F \wedge \underbrace{\underbrace{(۹ \text{ زوج است})}_F}_F \right]}_T \Rightarrow \underbrace{\underbrace{(۳۰ \text{ مربع کامل است.})}_F}_F$$

(ت)

$$\left[\underbrace{\left(\underbrace{4 \text{ زوج است.}}_T \right)}_F \wedge \underbrace{\left[\underbrace{4 \text{ منفی است.}}_F \right]}_T \right] \Rightarrow \underbrace{(7 \text{ اول است.})}_T$$

(ث)

$$\left[\underbrace{\left(\underbrace{\frac{5x^2}{3x-1} \text{ گویا است.}}_T \right)}_T \wedge \underbrace{(25 \text{ مربع کامل است.})}_T \right] \Rightarrow \underbrace{\text{مدت زمان صحبت با، تلفن متغیر کمی فاصله ای است.}}_F$$

(ج)

$$\underbrace{\left[\underbrace{(N \subseteq R)}_T \vee \underbrace{(\emptyset \not\subseteq N)}_F \right]}_T \Leftrightarrow \underbrace{\sqrt{3} \notin Z}_T$$

۴- اگر ارزش $p \wedge q$ درست و ارزش $r \Leftrightarrow q$ نادرست باشد، ارزش گزاره ی $\neg r \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$ را بدون رسم جدول تعیین کنید.

پاسخ:

ارزش $p \wedge q$ درست است، پس هم p درست است و هم q . از طرفی $r \Leftrightarrow q$ نادرست است، پس r و q باید ارزش های مختلف داشته باشند. q که درست است، پس r باید نادرست باشد، لذا:

$$[(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim r] \equiv [(\sim T \wedge \sim T) \Rightarrow \sim F] \equiv [(F \wedge F) \Rightarrow T] \equiv T$$

۵- اگر ارزش $p \Rightarrow q$ نادرست باشد و ارزش $r \vee \sim s$ هم نادرست باشد، ارزش گزاره ی زیر را بدون رسم جدول تعیین کنید.

$$\sim (r \Rightarrow s) \wedge (q \Leftrightarrow p)$$

پاسخ:

ارزش $p \Rightarrow q$ نادرست است، پس q درست و p نادرست است. ارزش $r \vee \sim s$ نادرست است پس r نادرست و $\sim s$ هم نادرست است، لذا s درست است. بنابراین:

$$[\sim (r \Rightarrow s) \wedge (q \Leftrightarrow p)] \equiv [\sim (F \Rightarrow T) \wedge (T \Leftrightarrow F)] \equiv: (\sim T \wedge F) \equiv F \wedge F \equiv F$$

۶- اگر p, q, r سه گزاره ی دلخواه باشند، جدول ارزش گذاری گزاره های زیر را رسم کنید.

$$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r \quad (\text{آ})$$

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [r \vee (q \Rightarrow r)] \quad (\text{ب})$$

پاسخ:

(آ)

p	q	r	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن

(ب)

p	q	r	$p \wedge q$	$q \Rightarrow r$	$(p \wedge q) \Rightarrow r$	$r \vee (q \Rightarrow r)$	$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [r \vee (q \Rightarrow r)]$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن	ن	ن	د
د	ن	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د	د	د
ن	د	د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن	د	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د	د	د	د

۷- اگر p گزاره ای درست، q گزاره ای نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد، طرف دوم هم ارزی های زیر را بنویسید.

$$(p \Rightarrow q) \wedge r \equiv ? \text{ (آ)}$$

$$(\sim p \vee q) \Rightarrow r \equiv ? \text{ (ب)}$$

$$\sim p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv ? \text{ (پ)}$$

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow q \equiv ? \text{ (ت)}$$

پاسخ:

(آ)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge r] \equiv [(T \Rightarrow F) \wedge r] \equiv (F \wedge r) \equiv F$$

(ب)

$$[(\sim p \vee q) \Rightarrow r] \equiv [(\sim T \vee F) \Rightarrow r] \equiv [(F \vee F) \Rightarrow r] \equiv \underline{(F \Rightarrow r)} \equiv T$$

به انتفای مقدم، درست است.

(پ)

$$[\sim p \Rightarrow (q \wedge r)] \equiv [F \Rightarrow (F \wedge r)] \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$$

(ت)

$$[(p \Rightarrow r) \Rightarrow q] \equiv [(T \Rightarrow r) \Rightarrow F] \equiv (r \Rightarrow F) \equiv \sim r$$

۸- گزاره های فارسی زیر را به نمادهای ریاضی تبدیل کنید.

(آ) ربع عددی طبیعی برابر است با سه برابر مکعب آن عدد، به علاوه پنج.

(ب) معکوس مجموع دو عدد حقیقی، بزرگتر از مجموع معکوس های تک تک آن اعداد است.

(پ) نصف مربع عددی از $\frac{1}{9}$ آن عدد، پنج واحد بیشتر است.

(ت) مکعب یک عدد، کوچکتر از ده برابر آن عدد، به علاوه ی چهار است.

(ث) حاصل ضرب عددی در نصف خودش به علاوه ی سه، بزرگتر از خود آن عدد منهای یک است.

(ج) حاصل ضرب عددی در نصف خودش، به علاوه ی سه، بزرگتر از خود آن عدد منهای یک است.

پاسخ:

(آ)

$$x \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{x}{4} = 3x^3 + 5$$

(ب)

$$x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{1}{x+y} > \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

(پ)

$$\frac{x^2}{2} = \frac{1}{9}x + 5$$

(ت)

$$x^3 < 1 \cdot x + 4$$

(ث)

$$x \left(\frac{x}{2} + 3 \right) > x - 1$$

(ج)

$$x \left(\frac{x}{2} \right) + 3 > x - 1$$

نکته‌ها

نکته: تفاوت این گزاره با گزاره قسمت قبل، فقط یک ویرگول در متن فارسی آنهاست. به متن دو قسمت (ث) و (ج) یکبار دیگر خوب دقت کنید.

۹- به کمک استدلال عکس نقیض، ثابت کنید که «اگر $n^2 + 4n$ زوج باشد، آنگاه n زوج است.»

پاسخ:

عکس نقیض گزاره ی داده شده عبارت است از:

«اگر n فرد باشد، آنگاه $(n^2 + 4n)$ فرد است.»

$$\begin{aligned} n = 2k + 1 &\Rightarrow n^2 + 4n = (2k + 1)^2 + 4(2k + 1) \\ &= 4k^2 + 4k + 1 + 8k + 4 = \underbrace{4k^2 + 12k + 5}_{\text{فاکتور از 2}} + 9 \\ &= 2 \left(\frac{2k^2 + 6k}{m} \right) + 9 = 2m + 9 \end{aligned}$$

به ازای هر مقدار دلخواه m ، حاصل $2m+9$ عددی فرد است، پس $n^2 + 4n$ فرد است.

۱۰- به کمک عکس قضیه یک گزاره، ثابت کنید که «اگر n^2 فرد باشد، آنگاه n فرد است.»
($n \in \mathbb{Z}$)

پاسخ:

عکس نقیض گزاره داده شده عبارت است از:

n^2 زوج است \Rightarrow اگر n زوج باشد

$$n = 2k \Rightarrow n^2 = (2k)^2 = 4k^2$$

$4k^2$ همواره زوج است پس n^2 زوج می باشد.

۱۱- اسم استدلال زیر چیست؟ جای خالی را پر کنید. آیا روش آن درست است؟ نتیجه آن چگونه است؟

۱ مقدمه ی ۱ : $|x| = |y| \Rightarrow x = y$

۲ مقدمه ی ۲ : $a = b$

\therefore

پاسخ:

استدلال مغلطه است و در جای خالی باید $|a| = |b|$ قرار بگیرد. روش مغلطه همیشه نادرست است، ولی نتیجه ی آن باید بررسی شود. دقت کنید که از $a = b$ می توان $|a| = |b|$ را نتیجه گرفت، ولی از $|a| = |b|$ نمی توان $a = b$ را نتیجه گرفت. در مغالطه ی داده شده، از $a = b$ نتیجه گرفته شده که $|a| = |b|$ ، پس نتیجه ی آن درست است.

۱۲- نام استدلال زیر چیست؟ درستی یا نادرستی روش و نتیجه ی آن را تعیین کنید.

مقدمه ی ۱: اگر یک مثلث قائم الزاویه باشد، آنگاه میانه وارد بر وتر آن، نصف وتر است.

مقدمه ی ۲: مثلث ABC قائم الزاویه است. ($\hat{A} = 90^\circ$)

∴ میانه ی وارد بر ضلع BC ، نصف BC است.

پاسخ:

نوع استدلال، استثنایی است که روش آن همیشه درست است. نتیجه اش هم بستگی به مقدمه ۱ دارد. در این جا مقدمه ۱ درست است. (با توجه به خواص مثلث قائم الزاویه)، پس نتیجه ی استدلال هم درست است.

۱۳- جای خالی را پر کنید. سپس بگویید روش و نتیجه ی این استدلال درست است یا خیر؟

$$\text{مقدمه ی ۱ : } x > y \Rightarrow x^{13} > y^{13}$$

$$\text{مقدمه ی ۲ : } \therefore -10 > -20$$

\therefore

پاسخ:

جای خالی باید به صورت مقابل پر شود:

$$(-10)^{13} > (-20)^{13}$$

نام استدلال، استثنایی است و روش به کار رفته در آن همیشه درست است. ولی نتیجه ی آن وقتی ۱۰۰ درصد درست است که مقدمه ی آن درست باشد. می دانیم دو طرف یک نامعادله را می توان به توان عددی فرد (در اینجا ۱۳) رساند. پس مقدمه ی ۱ درست است ، لذا نتیجه هم درست است.

۱۴- در هر یک از استدلال های زیر، جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا قیاس حاصل شود.

(آ)

$$P : a > b \Rightarrow q = a^2 > b^2$$

$$P : 5 > 3$$

\therefore

(ب)

$P : \boxed{\dots\dots\dots} \Rightarrow q$: واریانس داده ها صفر است

$P : \boxed{\dots\dots\dots}$

\therefore واریانس a, b, c صفر است.

(پ)

$P : \dots\dots\dots \Rightarrow q$: اگر حاصل تقسیم هر دو مقدار از یک ، متغیر با معنی باشد .

$P : \dots\dots\dots$ حاصل تقسیم طول قد ، افراد با معنی است .

\therefore طول قد ، افراد متغیر کمی نسبتی است .

(ت)

$P : \dots\dots\dots \Rightarrow q$: دو ، خط هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند

$\boxed{\dots\dots\dots}$

\therefore خطوط L_1 و L_2 هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند .

پاسخ:

$\therefore \boxed{5^2 > 3^2}$

(آ)

(ب)

$P : \boxed{\dots\dots\dots}$ اگر داده ها مساوی باشند .

$P : \boxed{\dots\dots\dots}$ داده های a, b, c مساوی اند .

نوع، متغیر کمی نسبتی است.

(پ)

P : دو خط L_1 و L_2 موازی اند.

(ت)

۱۵- در کدام قسمت از محاسبات، اشتباه رخ داده است؟ (هدف یافتن y است).

$$3x = \frac{x - 2y}{t + y} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3xt + 3xy = x - 2y \xrightarrow{\text{بودن } y \text{ ها کنار هم}} 3xy + 2y = x - 3xt$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} y(3x + 2) = x(1 - 3t) \xrightarrow{\text{تقسیم دو طرف بر } (3x + 2)} y = \frac{x(1 - 3t)}{3x + 2}$$

پاسخ:

نمی توانیم دو طرف یک معادله را بر یک عبارت شامل متغیر تقسیم کنیم. پس در رابطه ی $y(3x + 2) = x(1 - 3t)$ نمی توانیم دو طرف را بر $3x + 2$ تقسیم کنیم، چون ممکن است حاصل آن صفر باشد.

۱۶- در کدام مرحله از حل معادله ی مقابل اشتباه رخ داده است؟ خودتان جوابهای معادله را بدست آورید.

سمت، چپ اتحاد جمله مشترک است

$$x^2 - 9x + 20 = 6x - 30 \longrightarrow (x - 4)(x - 5) = 6(x - 5)$$

در سمت راست از ۶ فاکتور می گیریم

خط زدن $(x - 5)$ ها از

$$\longrightarrow x - 4 = 6 \xrightarrow{\text{بودن } -4 \text{ به راست}} x = 6 + 4 \Rightarrow x = 10$$

دو طرف

پاسخ:

$(x - 5)$ ها را نمی توانیم از دو طرف خط بزنیم چون دارای متغیر x است و ممکن است حاصل آن صفر شود، روش صحیح حل، بعد از تجزیه به صورت زیر است:

$$(x - 4)(x - 5) = 6(x - 5) \Rightarrow (x - 4)(x - 5) - 6(x - 5) = 0$$

$$\rightarrow (x - 5)(x - 4 - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \end{cases}$$

۱۷- درست یا نادرستی محاسبات زیر را بررسی کنید. اگر استدلال به کار رفته نادرست است، گزاره ی داده شده و استدلال مربوطه را خودتان اصلاح کنید.

گزاره: اگر طول و عرض یک مستطیل را ۵ برابر کنیم، آنگاه مساحت آن ۵ برابر می شود.

$$\text{استدلال : } \left\{ \begin{array}{l} (y = \text{عرض اولیه}, x = \text{طول اولیه}) \Rightarrow S = xy \\ \downarrow \\ \text{مساحت اولیه} \\ S' = 5xy = 5s \\ \downarrow \\ \text{مساحت جدید} \end{array} \right.$$

پاسخ:

اشتباه این جا است که طول و عرض، ۵ برابر نشده است و فقط مساحت ۵ برابر شده است.

گزاره ی درست: اگر طول و عرض مستطیل را ۵ برابر کنیم، آنگاه مساحت آن ۲۵ برابر می شود.

$$\begin{array}{l} \text{طول جدید} = 5x \\ \text{عرض جدید} = 5y \end{array} \rightarrow S' = (5x)(5y) = 25xy = 25s$$



بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



نمونه‌سوال‌ات حل شده

با نمونه سوال‌ات حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



www.youtube.com/@saminskill

www.aparat.com/set_ir_official

www.instagram.com/set.ir.shop

t.me/set_ir_levelup

@set_ir_levelup

@levelupset

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید