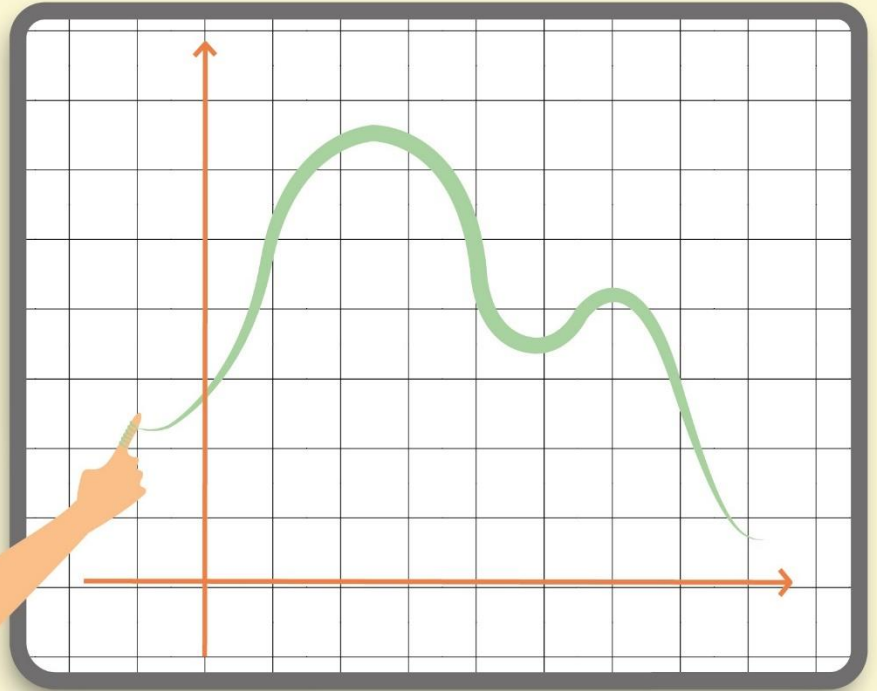


حسابان دوازدهم

مقطع دوم

(نمونه سوالات حل شده)



فصل ۱- تابع

درس اول: تبدیل نمودار توابع

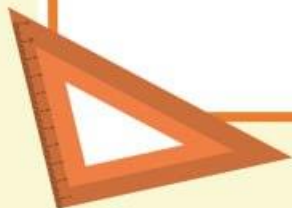


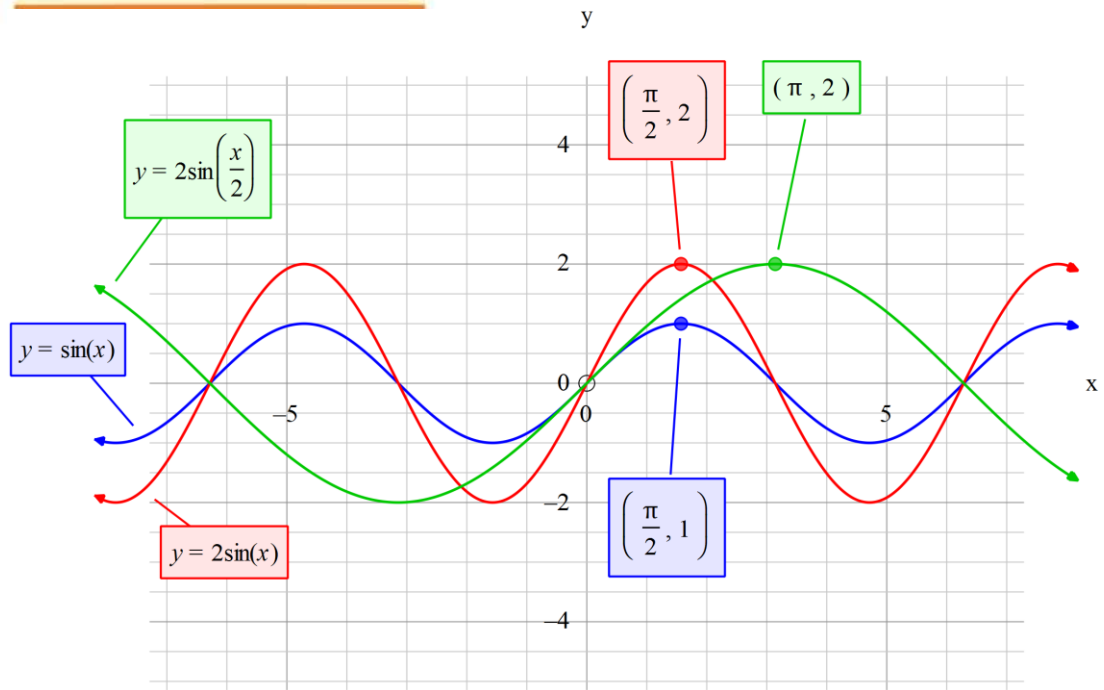
مثال ۱: با توجه به نمودار تابع $y = \sin x$ ، نمودار تابع $y = 2 \sin\left(\frac{x}{p}\right)$ را رسم کنید.

پاسخ:

در ابتدا نمودار $y = \sin x$ با رنگ آبی رسم شده است. سپس نمودار تابع $y = 2 \sin x$ را با رنگ قرمز رسم می‌کنیم. از طرفی $\sin x$ دارای ضریب دو است. در این صورت، نمودار تابع روی محور عرض‌ها به اندازه دو برابر انبساط می‌یابد.

در آخرین مرحله از رسم نمودار، چون ضریب پشت x برابر $\frac{1}{p}$ است، نمودار قرمز رنگ روی محور طول‌ها به اندازه دو برابر انبساط می‌یابد و نمودار سبز رنگ نمودار $y = 2 \sin\left(\frac{x}{p}\right)$ است.

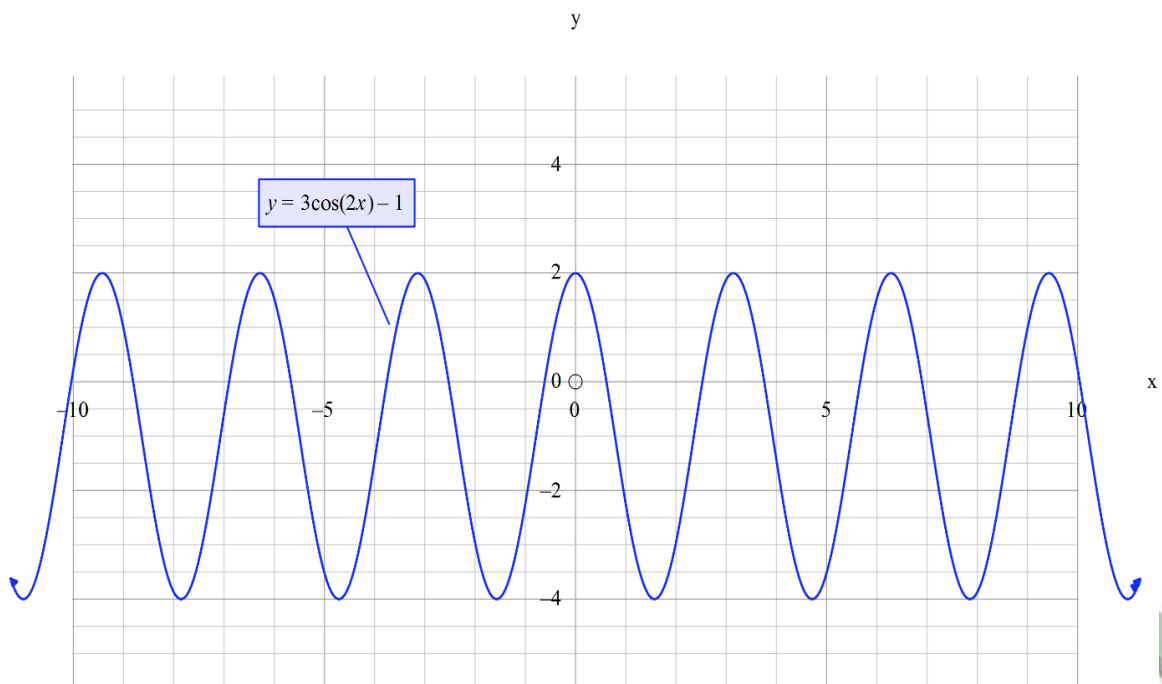




مثال ۲: با توجه به نمودار تابع $y = \cos x$ ، نمودار تابع $y = |3 \cos(2x) - 1|$ را رسم کنید.

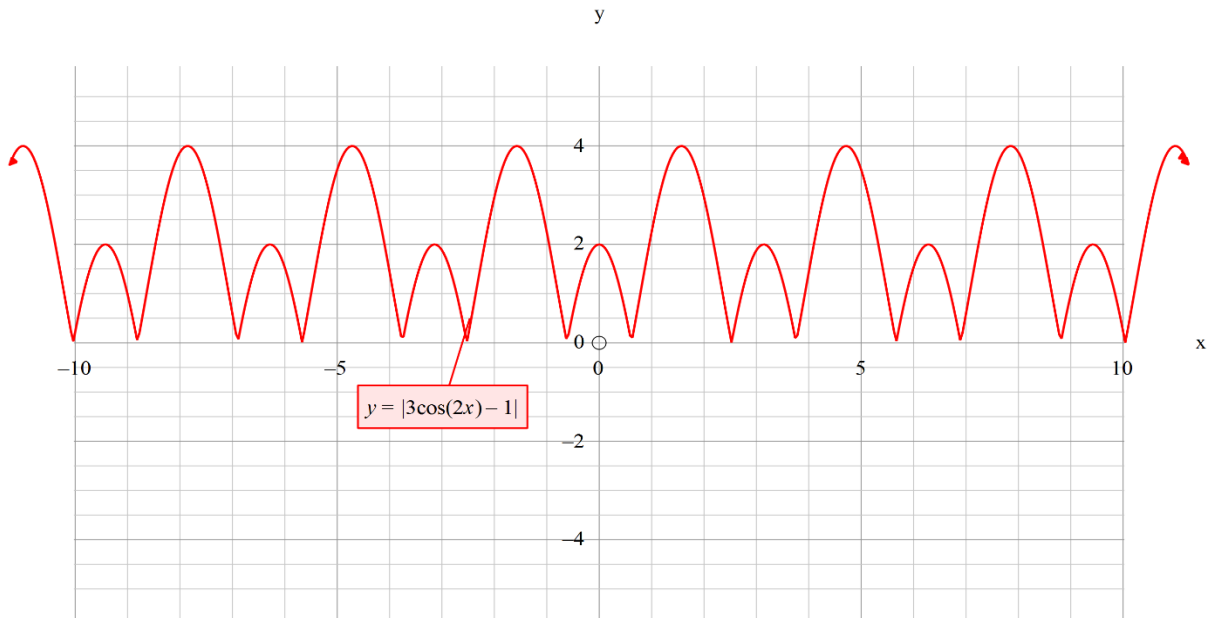
پاسخ: ابتدا نمودار تابع $\cos x$ را در راستای محور y ها ۳ برابر و در راستای محور x ها $\frac{1}{2}$ برابر می کنیم.

سپس آن را به اندازه ۱ واحد در راستای محور y ها به پایین انتقال می دهیم تا نمودار زیر حاصل شود:

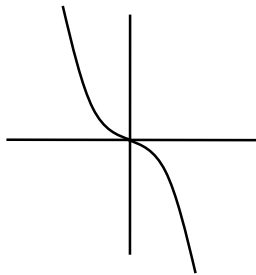


اکنون قسمت‌هایی از نمودار را که پایین محور x هاست به بالای محور x ها انتقال می‌دهیم تا نمودار

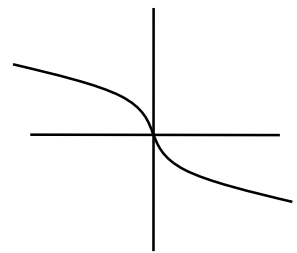
$$y = |3\cos(2x) - 1|$$



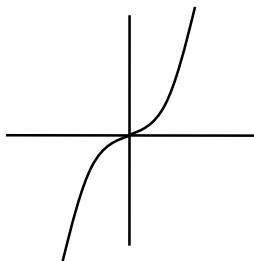
مثال ۳: اگر $f(x) = x|x|$ نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



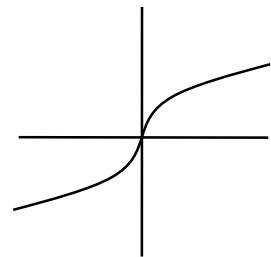
(۲)



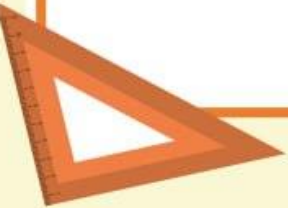
(۱)



(۴)



(۳)



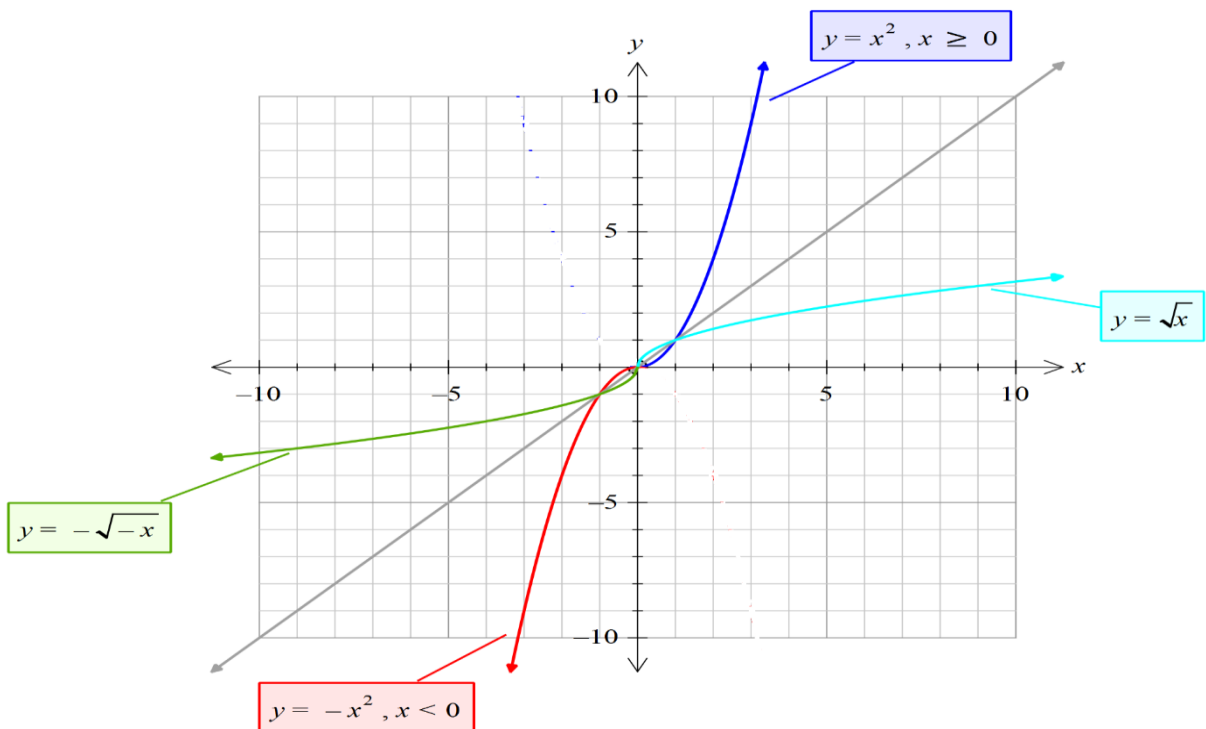
پاسخ: ابتدا با استفاده از تعریف قدر مطلق تابع f را به تابع چندضابطه‌ای تبدیل می‌کنیم، سپس وارون

هر ضابطه را بدست می‌آوریم:

$$f(x) = x|x| = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$

$$y = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x} \xrightarrow{x \geq 0} f^{-1}(x) = +\sqrt{x}$$

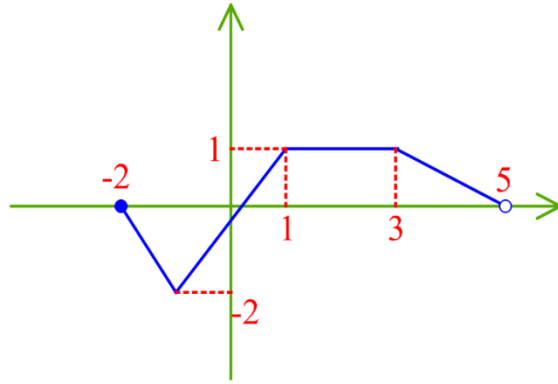
$$y = -x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \pm\sqrt{-x} \xrightarrow{x < 0} f^{-1}(x) = -\sqrt{-x}$$



با توجه به نمودار رسم شده گزینه ۳ صحیح می‌باشد.

مثال ۴: اگر نمودار زیر مربوط به تابع f باشد، دامنه و برد هر یک از توابع زیر را بیابید.





الف) $g(x) = -f(x + 1)$

ب) $T(x) = -f(-x + 2)$

پاسخ: با توجه نمودار تابع f ، دامنه و برد تابع f به صورت زیر است:

$D_f = [-2, 5]$ $R_f = [-2, 1]$

الف) $g(x) = -f(x + 1)$

$D_g: -2 \leq x + 1 < 5 \xrightarrow{+(-1)} -3 \leq x < 4 \rightarrow D_g = [-3, 4)$

$R_g: -2 \leq f(x + 1) \leq 1 \xrightarrow{\times(-1)} -1 \leq -f(x + 1) \leq 2$

ب) $T(x) = -f(-x + 2)$

$D_t: -2 \leq -x + 2 < 5 \xrightarrow{+(-2)} -4 \leq -x < 3 \xrightarrow{\times(-1)}$

$-3 < x \leq 4 \rightarrow D_t = (-3, 4]$

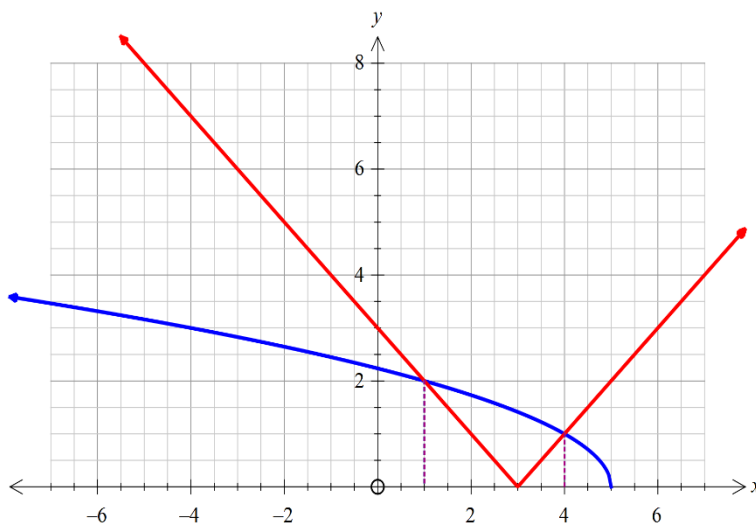
$R_t: -2 \leq f(-x + 2) \leq 1 \xrightarrow{\times(-1)} -1 \leq -f(-x + 2) \leq 2 \rightarrow R_t = [-1, 2]$



مثال ۵: به کمک رسم نمودار تعداد ریشه‌های معادله‌ی $\sqrt{5-x} = |x-3|$ را بیابید.

پاسخ: هر یک از دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. محل تلاقی نمودارها ریشه‌های معادله می‌باشند.

نمودار تابع $y = \sqrt{5-x} = \sqrt{-(x-5)}$ ، از انتقال نمودار $y = \sqrt{-x}$ به اندازه پنج واحد به سمت راست بدست می‌آید و نمودار $y = |x-3|$ ، از انتقال نمودار $y = |x|$ به اندازه سه واحد به سمت راست حاصل می‌شود.

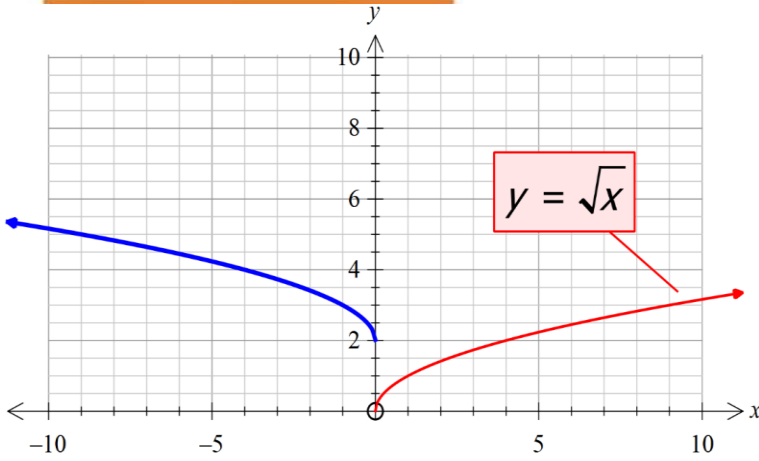


همانطور که ملاحظه می‌کنید، $x = 1$ و $x = 4$ ، ریشه‌های معادله هستند.

مثال ۶: نمودار هر یک از توابع زیر، تبدیل یافته نمودار $y = \sqrt{x}$ است. ضابطه‌ی هر یک را بنویسید.



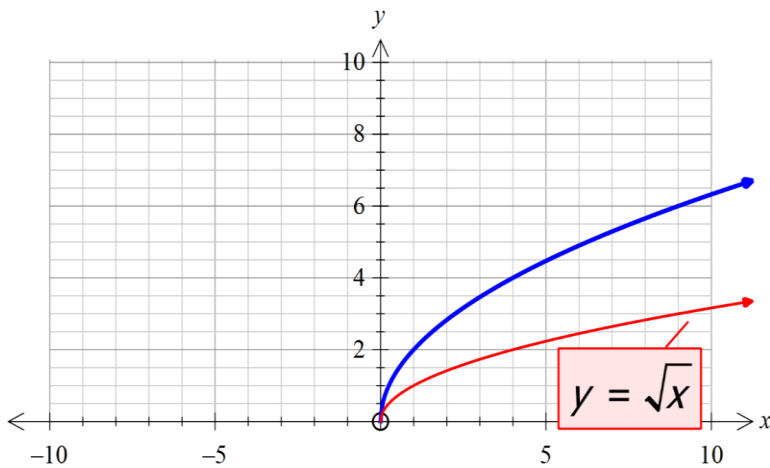
(الف)



پاسخ: نمودار $y = \sqrt{x}$ ، نسبت به محور y ها قرینه شده و سپس دو واحد به بالا انتقال یافته است:

$$y = \sqrt{-x} + 2$$

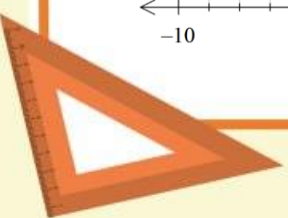
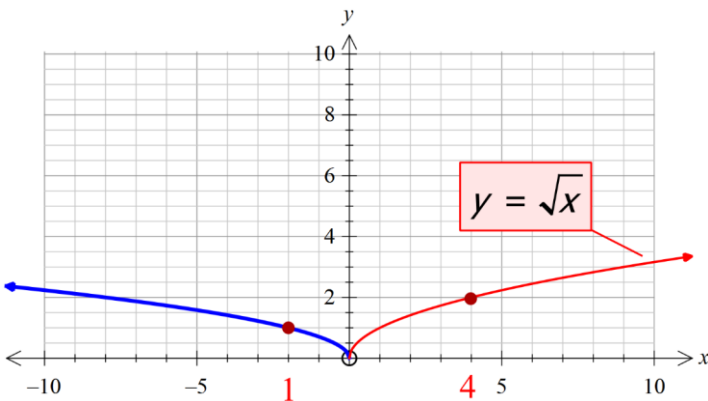
(ب)



پاسخ: نمودار $y = \sqrt{x}$ در راستای قائم با ضریب ۲ منبسط شده است:

$$y = 2\sqrt{x}$$

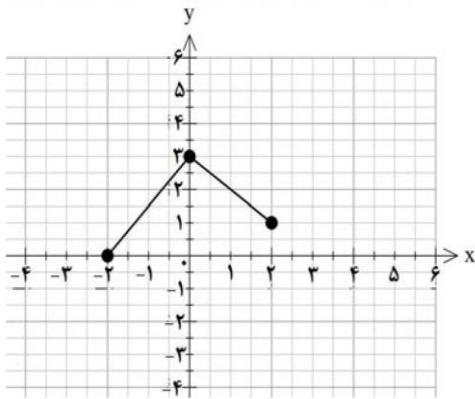
(پ)



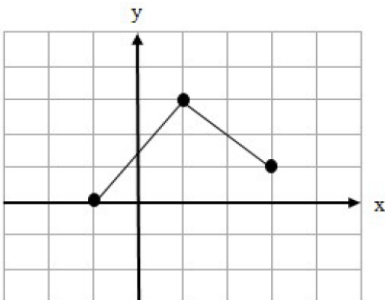
پاسخ: نمودار $y = \sqrt{x}$ ، نسبت به محور y ها قرینه شده و با ضریب ۲ در راستای افقی منقبض شده است:

$$y = \sqrt{-2x}$$

مثال ۷: نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(x - 1)$ را رسم کرده و دامنه تابع g را تعیین کنید.



پاسخ: برای رسم نمودار تابع g کفایت نمودار تابع f را ۱ واحد به سمت راست انتقال دهیم. در اینصورت نمودار تابع g به صورت زیر خواهد بود و با توجه نمودار رسم شده، دامنه‌ی تابع g بازه‌ی $[-۱, ۳]$ است:





بانک محتوای آموزشی SET

آسان و سریع مطالب مهم را مرور کنید و برای آزمون آماده شوید.

همین الان کلیک کن



دوره‌های آموزشی

با دوره‌های آموزشی وارد مسیر یادگیری شوید و گام به گام خود را در کل درس راحت کنید.



نمونه‌سوال‌های حل شده

با نمونه‌سوال‌های حل شده درس به درس، مثال‌های مهم را ببینید و مفاهیم را آسان درک کنید.



خلاصه نکات

با خلاصه نکات درس به درس فقط به نکات مهم بپردازید و زمان را ذخیره کنید.



ویدئو آموزشی

با ویدئوهای کوتاه درس به درس، مطالب درس را آسان و سریع یاد بگیرید.



www.youtube.com/@saminskill

www.aparat.com/set_ir_official

www.instagram.com/set.ir.shop

t.me/set_ir_levelup

[@set_ir_levelup](https://www.facebook.com/set_ir_levelup)

[@levelupset](https://www.facebook.com/levelupset)

۰۲۱۴۴۰۷۰۷۳۰

۰۹۰۲۷۱۴۳۴۰۲



اسکن کنید