فیزیک دوازدهم ۱۲

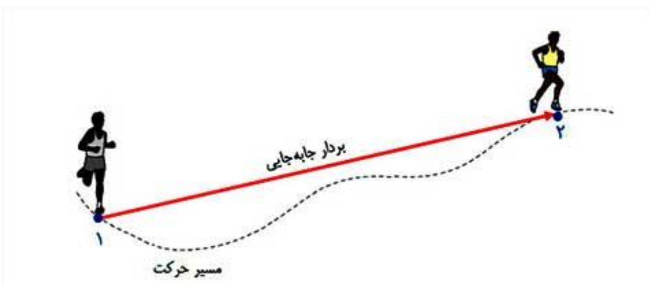
(علوم تجربی)

متوسطه دوم

(نکات و خلاصه درس)

فصل۱: شناخت حرکت

مسافت و جا به جایی



شکل زیر مسیر حرکت دونده ای از مکان ۱ تا مکان ۲ را نمایش میدهد. به طول این مسیر، مسافت پیموده شده یا به طور خالصه مسافت میگویند و پاره خط جهت داری (بردار) که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت متصل میکند بردار جا به جایی نامیده میشود.

***به خاطر داشته باشید بردار جابهجایی ارتباطی به مسیر حرکت ندارد و صرفا مکان شروع و پایان حرکت را به هم متصل میکند.**

تندی متوسط و سرعت متوسط :

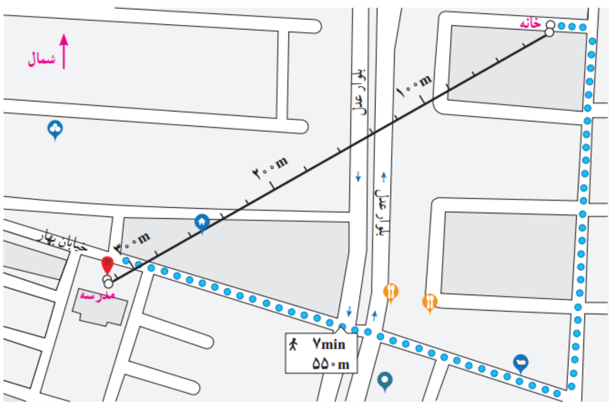
فرض کنید در شکل بالا دونده در مدت زمان Δt از مکان ۱ به مکان ۲ رفته باشد. اگر مسافت را با l و بردار جابجایی بین این دو مکان را با $\vec{d}$ نشان دهیم، تندی متوسط و سرعت متوسط دونده به صورت زیر تعریف میشوند.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$ **تندی متوسط** $= \frac{\text{مسافت}}{\text{مدت زمان}}$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$ **سرعت متوسط** $= \frac{\text{بردار جابه‌جایی}}{\text{مدت زمان}}$

تندی متوسط، کمیتی نرده ای و سرعت متوسط، کمیتی برداری است و یکای SI هر دو آنها متر بر ثانیه m/s است.

در شکل، که نقشه مسیر منزل تا مدرسه یک دانش آموز را نشان می‌دهد، مسافت طی شده توسط دانش آموز برابر ۵۵۰ متر است و این مسافت را در ۷ دقیقه طی می‌کند. اما بردار جابجایی دانش آموز برابر ۳۲۵ متر و در جهت جنوب غربی است.



بنابراین تندی متوسط دانش آموز برابراست با :

$$s_{av} = \frac{۵۵۰\ m}{۷\ \text{min}} = \frac{۵۵۰ m}{۴۲۰ s} = ۱.۳۱\ m/s$$

که یعنی دانش آموز به طور متوسط در هر ثانیه، ۱.۳۱ متر از طول مسیر را پیموده است.

اما سرعت متوسط وی برابر است با :

$$v_{av} = \frac{۳۲۵m}{۴۲۰s} = ۰.۷۷۴\ m/s$$

و جهت آن به طرف جنوب غربی است.

حال میخواهیم حرکت جسم بر خط راست را بررسی کنیم. برای این منظور محور x را انتخاب و فرض می‌کنیم که جسم در راستای آن حرکت می‌کند و نقطه $x = ۰$ بر روی محور را به عنوان مبدا تعیین می‌کنیم.

بردار مکان:

برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند بردار مکان جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

در شکل زیر، الف و ب بردار مکان شخصی را که در جهت محور x می‌دود در دولحظه متفاوت t_1 و t_2 نشان می‌دهد. بردار مکان دونده در این دو لحظه برابر است با:

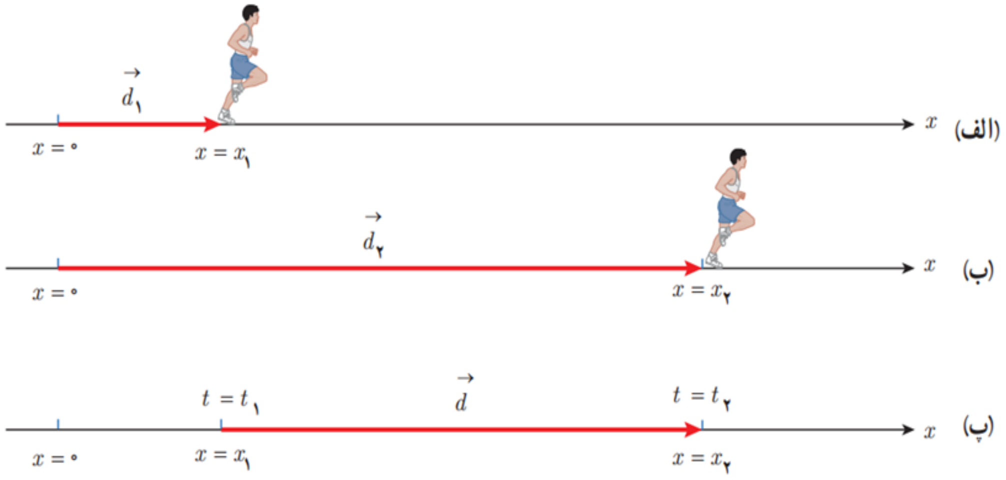
$$\vec{d}_1 = x_1\vec{i} \qquad \text{و} \qquad \vec{d}_2 = x_2\vec{i}$$

در این صورت بردار جابجایی دونده برابر است با :

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = x_2\vec{i} - x_1\vec{i} = (\Delta x)\vec{i}$$

بنابراین سرعت متوسط دونده برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}$$

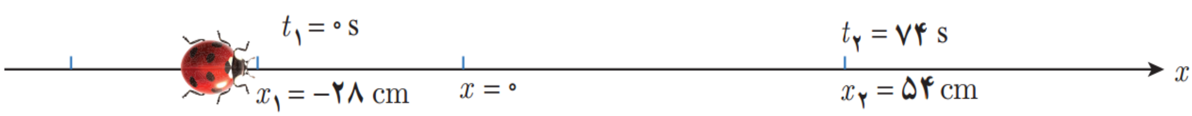


(الف) و (ب) بردار مکان دونده در دو لحظه متفاوت و (پ) بردار جابه‌جایی آن است

مثال ها

کفش‌دوزکی که در جهت محور x در حرکت است، در لحظه های $t_1 = ۰s$ و $t_2 = ۷۴s$ به ترتیب از مکان های $x_1 = -۲۸\ cm$ و $x_2 = ۵۴\ cm$ می‌گذرد.

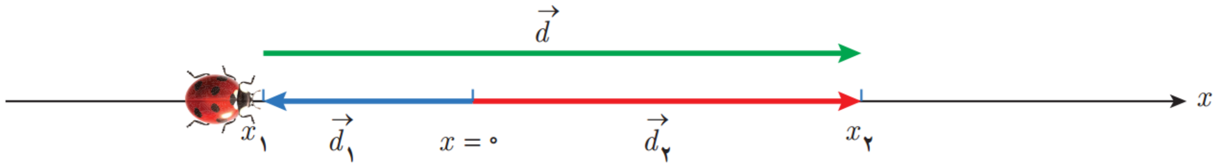
الف) بردار های مکان در لحظه های t_1 و t_2 و بردار جابجایی کفش‌دوزک در این بازه زمانی را رسم کنید.



ب) سرعت متوسط کفش‌دوزک را در این بازه زمانی پیدا کنید.

پاسخ:

الف)



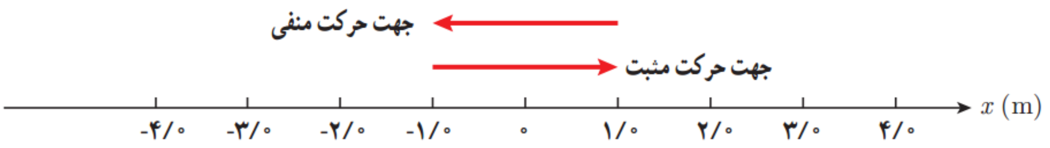
ب) چون کفش‌دوزک در راستای خط راست حرکت می‌کند، سرعت متوسط آن برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\vec{i} = \frac{۵۴\ cm - (-۲۸cm)}{۷۴s - ۰s}\vec{i} = (۱.۱\ {}^{cm}/_{s})\vec{i}$$

از آنجایی که در این فصل تنها به بررسی حرکت اجسام بر خط راست خواهیم پرداخت، جابه‌جایی متحرک را به جای بردار $\vec{d}$ به صورت Δx و سرعت متوسط را به جای بردار $\vec{v}_{av}$ به صورت v_{av} به کار می‌بریم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

اگرمتحرک در جهت محور x حرکت کند جابه‌جایی و سرعت متوسط آن مثبت و اگر متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن منفی خواهد بود.

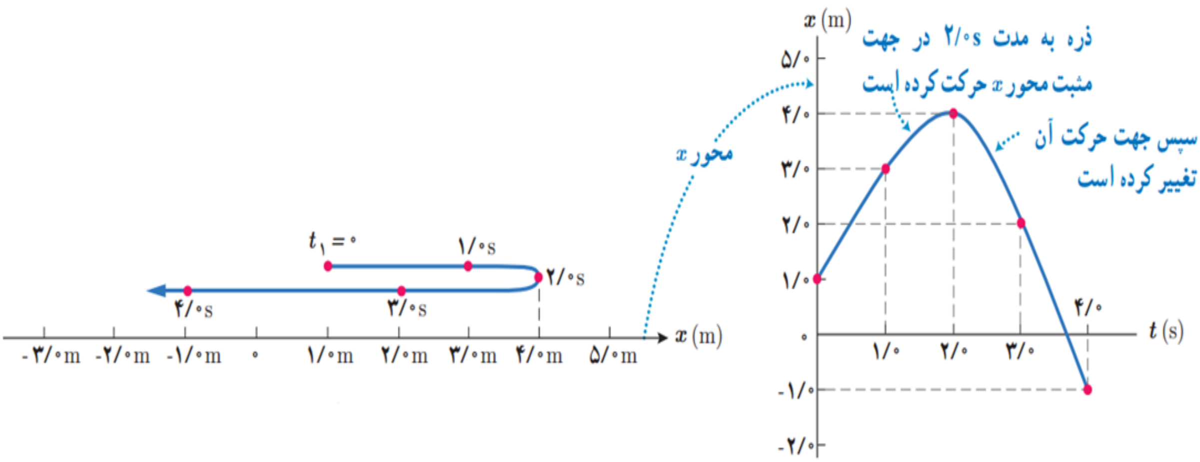


نمودار مکان–زمان:

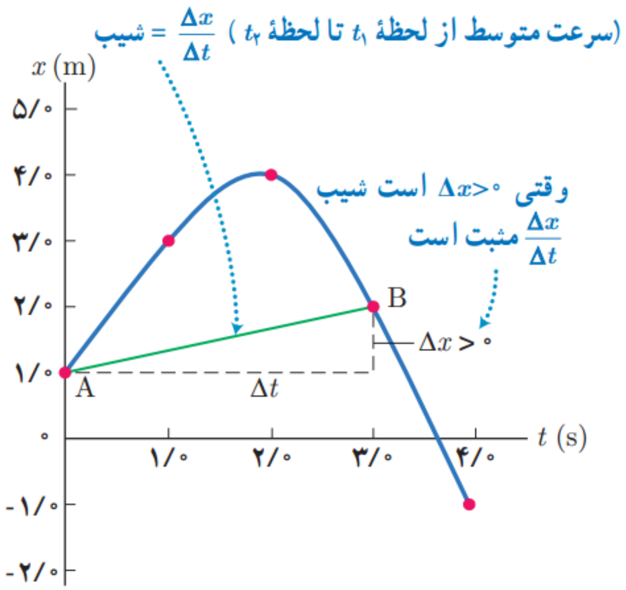
نموداری است که مکان جسم را در هر لحظه از زمان نشان می‌دهد. برای رسم آن، زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور عمودی در نظر می‌گیریم.

در شکل زیر فرض کنید ذره ای در لحظه $t_1 = ۰\,s$ در مکان $x_1 = ۱.۰\, m$ و در لحظه $t_2 = ۱.۰\,s$ در مکان $x_2 = ۳.۰\, m$ و به همین شکل در لحظه های دیگر در مکان های دیگر قرار دارد. برای رسم نمودار مکان–زمان این ذره ابتدا محور های مکان و زمان را با مقیاس مناسب رسم و سپس با توجه به داده های t و x ، نقاط روی نمودار را

مشخص کرده و به وسیله یه منحنی هموار آنها را به یکدیگر متصل می‌کنیم.

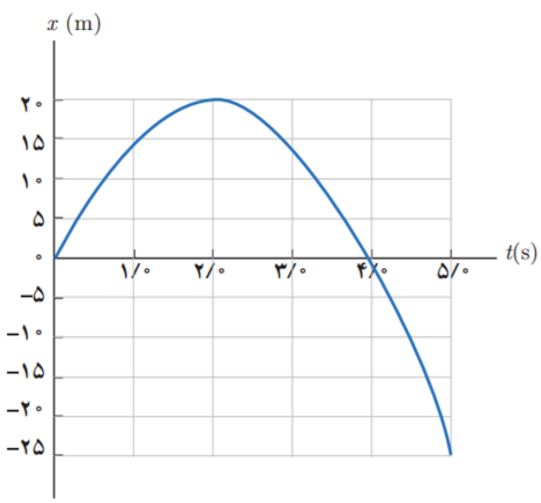


تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان ــ زمان:



در شکل قبل دو نقطه دلخواه را مطابق شکل روبرو انتخاب کرده و به هم وصل می‌کنیم. می‌دانیم نسبت $\Delta x/\Delta t$ شیب این پاره خط است و از طرفی این نسبت برابر با سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 است. بنابراین سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودارمکان – زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.

شکل روبه رو، نمودار مکان ــ زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند. سرعت متوسط خودرو در بازه های زمانی ۰.۰s تا ۲.۰s ، ۰.۰s تا ۴.۰s ، ۲.۰s تا ۴.۰s ، ۲.۰s تا ۵.۰s و ۴.۰s تا ۵.۰s را محاسبه کنید و بگویید سرعت متوسط در هر بازه در جهت x است یا خلاف آن؟



پاسخ:

جهت سرعت متوسط	سرعت متوسط	بازه زمانی
در جهت محور x	$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{20m-0m}{2.0s-0.0s}=10\,{}^{m}/_{s}$	۰.۰s تا ۲.۰s
---------	$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0m-0m}{4.0s-0.0s}=0\,{}^{m}/_{s}$	۰.۰s تا ۴.۰s
در خلاف جهت محور x	$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0m-20m}{4.0s-2.0s}=-10\,{}^{m}/_{s}$	۲.۰s تا ۴.۰s
در خلاف جهت محور x	$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-25m-20m}{5.0s-2.0s}=-15\,{}^{m}/_{s}$	۲.۰s تا ۵.۰s
در خلاف جهت محور x	$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-25m-0m}{5.0s-4.0s}=-25\,{}^{m}/_{s}$	۴.۰s تا ۵.۰s

تندی لحظه ای و سرعت لحظه ای:

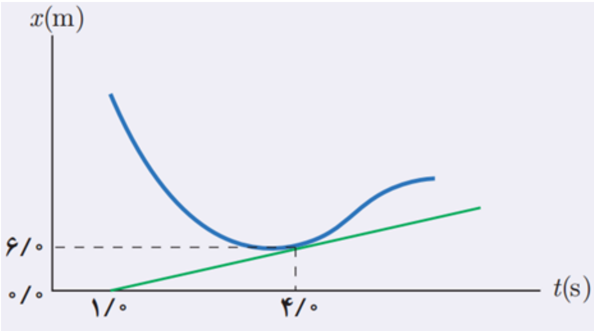
تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه ای می‌نامند که کمیتی نرده ای است. اگر هنگام گزارش تندی لحظه ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، درواقع سرعت لحظه ای ($\vec{v}$) را بیان کرده ایم که کمیتی برداری است.

بیشتر وقت ها سرعت لحظه ای و تندی لحظه ای را به ترتیب به صورت سرعت و تندی بیان می‌کنند. از آنجایی که در این فصل تنها به بررسی حرکت اجسام بر خط راست می‌پردازیم سرعت لحظه ای متحرک را به جای بردار $\vec{v}$ به صورت v به کار می‌بریم. هر گاه متحرک در جهت مثبت محور x حرکت کند v مثبت است و هرگاه در جهت منفی محور x حرکت کند v منفی است .

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان ــ زمان:

می‌دانیم سرعت متوسط بین دو نقطه بر روی نمودار مکان-زمان، شیب خط واصل بین آن دو نقطه ($\Delta x/\Delta t$) است. در شکل روبرو اگر Δt به تدریج کوچک شود، نقطه B به نقطه A نزدیک و نزدیکتر

می‌شود و سرانجام خط واصل بین این دو نقطه به خط مماس بر نمودار در نقطه A میل می‌کند. در این حالت، شیب خط مماس برابر سرعت متحرک در لحظه t_1 است. بنابراین می‌توان گفت: سرعت در هر لحظه دلخواه t برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در آن لحظه است .



مثال ها

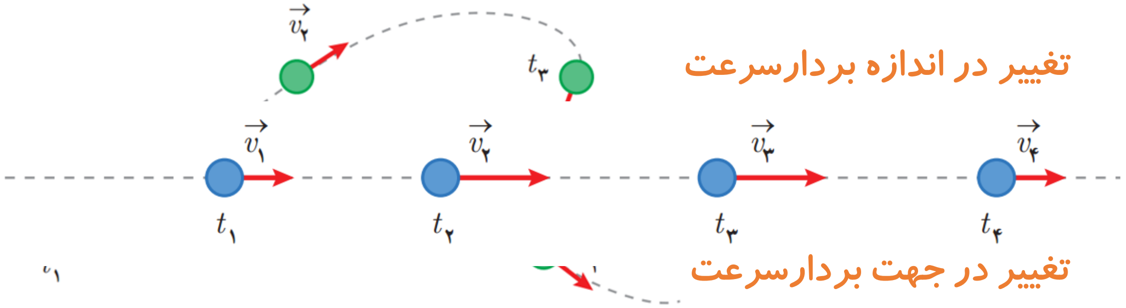
شکل روبه رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان میدهد. خط مماس بر منحنی در لحظه $t = 4.0s$ رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.

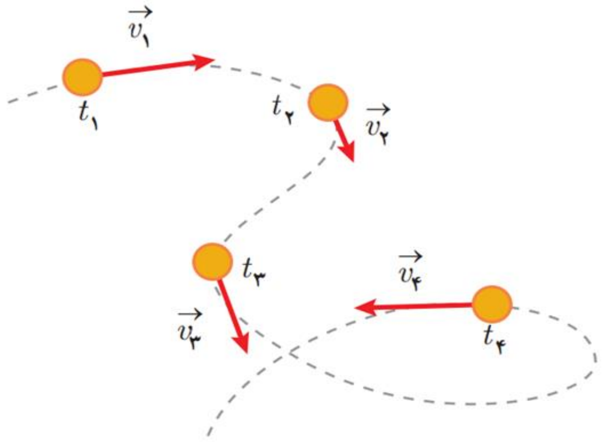
پاسخ: سرعت لحظه ای در لحظه $t = 4.0s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6.0m - 0m}{4.0s - 1.0s} = 2\, {}^{m}/_{s}$$

شتاب متوسط و شتاب لحظه ای :

می‌دانیم اگر سرعت جسمی تغییر کند به معنای شتاب دار بودن حرکت جسم است. این تغییر می‌تواند تغییر در جهت بردار سرعت و یا اندازه آن و یا هر دو با هم باشد.





تغییر در اندازه و جهت

شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه $t_۱$ تا $t_۲$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

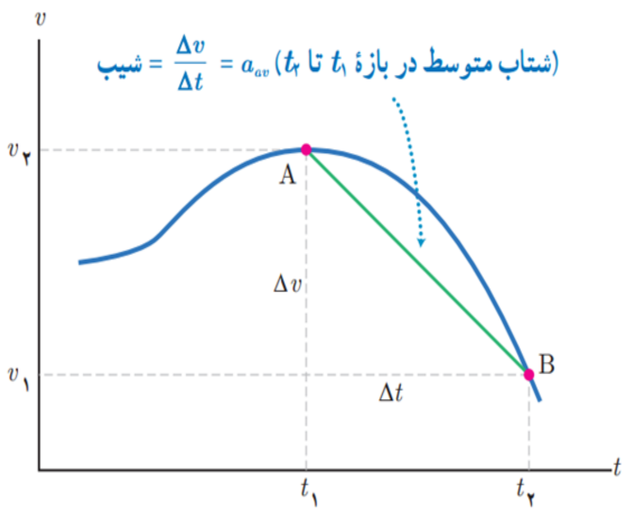
که در آن $\vec{v}_۱$ سرعت متحرک در لحظه $t_۱$ و $\vec{v}_۲$ سرعت متحرک در لحظه $t_۲$ است. شتاب متوسط $(\vec{a}_{av})$ کمیتی برداری و هم جهت با بردار تغییر سرعت $(\Delta\vec{v})$ است. یکای SI شتاب متوسط، متر بر مربع ثانیه $(m/s^۲)$ است.

از آنجایی که ما در حال بررسی حرکت بر رو خط مستقیم هستیم بنابراین رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر استفاده کرد گرچه باید به علامت های جبری $v_۱$ و $v_۲$ توجه داشته باشید.

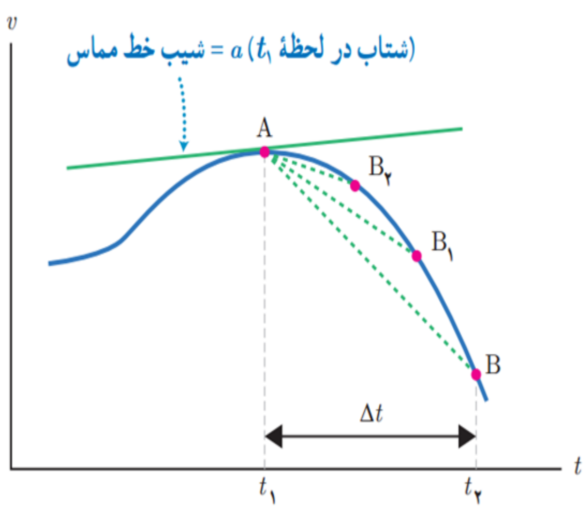
$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

تعیین شتاب متوسط و لحظه ای به کمک نمودار سرعت ــ زمان:

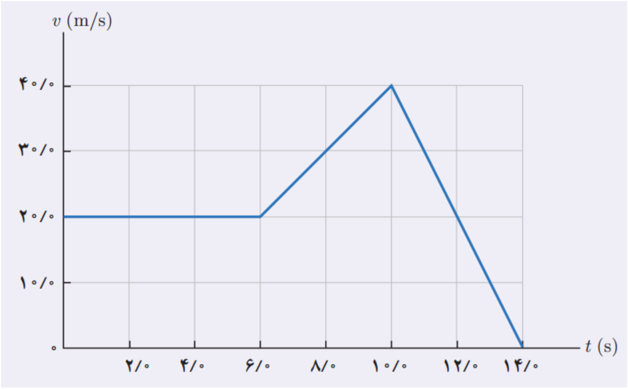
در شکل روبرو نمودار سرعت–زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند را می‌بینیم. با توجه به تعریف، شتاب متوسط بین دو لحظه برابر شیب خطی است که نمودار سرعت–زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.



حال اگر Δt به سمت صفر میل کند، خط واصل بین نقاط A و B به خط مماس بر نمودار در نقطه A میل می‌کند که در این حالت شیب خط مماس برابر شتاب متحرک در لحظه t_1 است. بنابر این برای تعریف شتاب لحظه ای در نمودار داریم: شتاب در هر لحظه دلخواه t برابر است با شیب خط مماس بر نمودار سرعت–زمان در آن لحظه.



نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی صفر تا ۱۴.۰s مطابق شکل است.



الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه های t=۲,۰s ، t=۸,۰s ، t=۱۱,۰s به دست آورید.

پاسخ:

الف) $t_۲ = ۱۴s \quad , \quad t_۱ = ۰s \quad , \quad v_۱ = ۲۰\ \frac{m}{s} \quad , \quad v_۲ = ۰\ \frac{m}{s} \quad ,$

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰\ \frac{m}{s} - ۲۰\ \frac{m}{s}}{۱۴s - ۰s} \approx -۱.۴۳\ \frac{m}{s^۲}$$

ب) شتاب در لحظه های t=۲٫۰s و t=۸٫۰s و t=۱۱٫۰s برابر با شیب خطوط مماس بر نمودار در این نقاط

است که با توجه به شکل این شیب ها برابر با شیب نمودار در هر نقطه است. بنابراین داریم:

$$t = ۲.۰s:\quad a = a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۲۰\,\frac{m}{s} - ۲۰\,\frac{m}{s}}{۶s - ۰s} = ۰\;\frac{m}{s^۲}$$

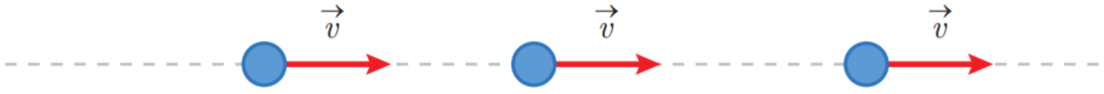
$$t = ۸.۰s:\quad a = a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۴۰\,\frac{m}{s} - ۲۰\,\frac{m}{s}}{۱۰s - ۶s} = ۵\;\frac{m}{s^۲}$$

$$t = ۱۱.۰s:\quad a = a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰\,\frac{m}{s} - ۴۰\,\frac{m}{s}}{۱۴s - ۱۰s} = -۱۰\;\frac{m}{s^۲}$$

حرکت با سرعت ثابت:

ساده ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است که در آن اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. در حرکت با سرعت ثابت، شیب نمودار مکان-زمان ثابت است و در نتیجه سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه برابر سرعت لحظه ای آن است. بنابراین داریم:

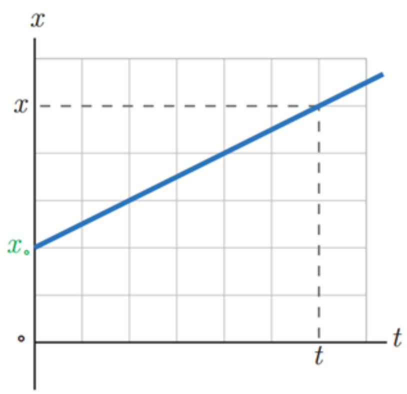
$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \implies \Delta x = v\Delta t$$

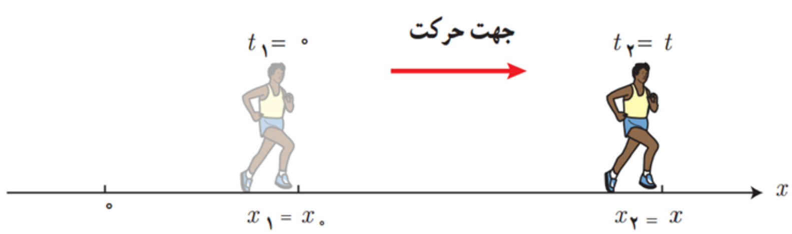


شکل زیر مکان یک دونده در دو لحظه متفاوت و نمودار مکان-زمان او که در حال حرکت با سرعت ثابت در جهت محور x است را نشان می‌دهد.

با توجه به شکل، رابطه بالا را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\Delta x = v\Delta t \quad \Longrightarrow x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) \Longrightarrow x - x_0 = v(t - 0) \Longrightarrow x = vt + x_0$$





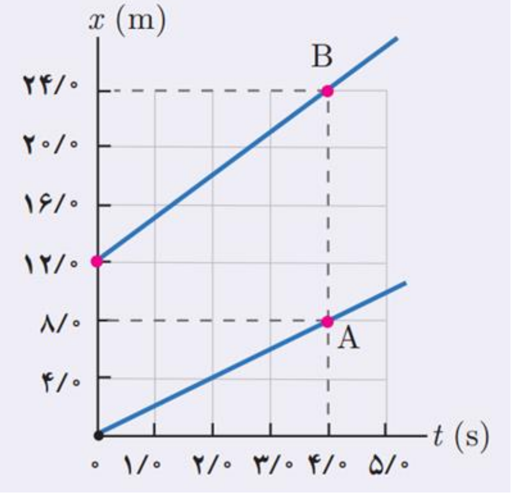
معادله $x = vt + x_0$ معادله مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت نام دارد.

در این معادله معمولا x_0 را که مکان متحرک در لحظه $t = 0$ مکان اولیه متحرک می‌نامند.

x_0 و x می‌توانند مثبت، منفی و یا صفر باشند. سرعت متحرک اگر در جهت محور x باشد مثبت و اگر خلاف جهت محور باشد منفی است.

مثال ها

شکل مقابل نمودار مکان ــ زمان دو متحرک A و Bرا نشان میدهدکه در راستای محور x حرکت می‌کنند. سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادله مکان ــ زمان آنها را بنویسید.

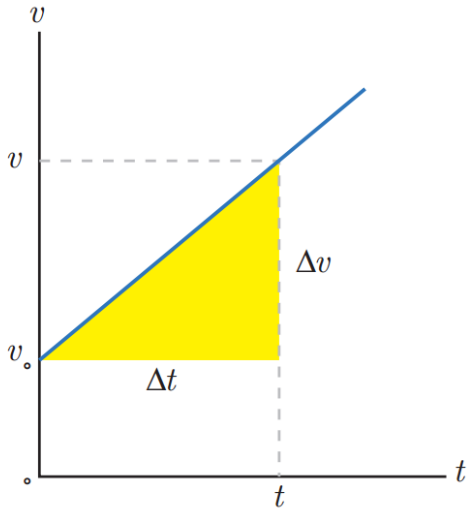


پاسخ:

$$A: v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۸.۰m - ۰m}{۴.۰s - ۰s} = ۲\,{}^{m}/_{s} \quad \text{و} \quad x = vt + x_0 \implies x = ۲t$$

$$B: v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۴.۰m - ۱۲.۰m}{۴.۰s - ۰s} = ۳\,{}^{m}/_{s} \quad \text{و} \quad x = vt + x_0 \implies x = ۳t + ۱۲$$

حرکت با شتاب ثابت:

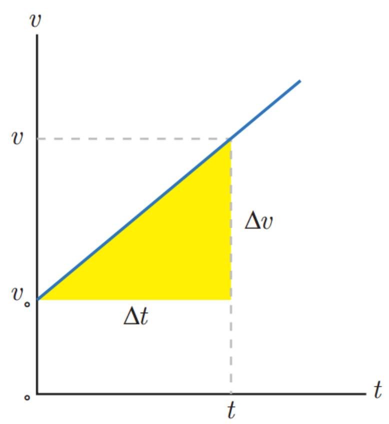


شکل مقابل نمودار سرعت- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد خط راست حرکت می‌کند. سرعت متحرک با زمان به صورت خطی تغییر می‌کند و شیب نمودار سرعت-زمان ثابت است. در این حالت شتاب متوسط در بازه های زمانی مختلف ثابت و برابر با شتاب لحظه ای است، یعنی $a = a_{av}$.

هرگاه شتاب متحرکی در لحظه های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم. شکل روبرو نمودار شتاب-زمان برای حرکت با شتاب ثابت را نمایش می‌دهد.

برای مثال جسمی که در حال لغزیدن روی سطح هموار یک سراشیبی است یا جسمی که در حال سقوط است و اثر مقاومت هوا در آن ناچیز باشد، مثال هایی از حرکت با شتاب ثابت به شمار می‌آیند.

معادله سرعت–زمان در حرکت با شتاب ثابت:



مطابق شکل روبرو اگر در $t = \circ$ سرعت اولیه متحرک $v_.$ و در لحظه t سرعت متحرک برابر با v باشد، از رابطه شتاب متوسط و $a = a_{av}$ به این رابطه می‌رسیم که:

$$v = at + v_.$$

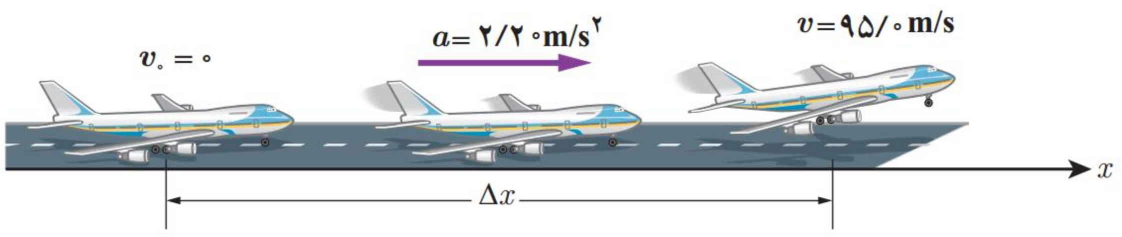
که به آن معادله سرعت–زمان در حرکت با شتاب ثابت گویند. در این معادله می‌بینیم که تغییرات v نسبت به t به صورت یک تابع خطی است. به همین دلیل سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t برابر است با میانگین سرعت متحرک در این دو لحظه:

$$v_{av} = \frac{v_. + v}{۲}$$

که به آن معادله سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت گویند.

مثال ها

شکل زیر هواپیمایی را نشان می‌دهد که از حال سکون و با شتاب ثابت روی باند پرواز و در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند.



الف) چه مدت طول می‌کشد تا هواپیما به شرایط برخاستن برسد؟

ب) سرعت متوسط هواپیما در این بازه زمانی چقدر است؟

پ) جابه‌جایی هواپیما در این مدت چقدر است؟

پاسخ:

الف) با توجه به ثابت بودن شتاب حرکت هواپیما روی باند پرواز، داده های روی شکل را می‌توان در معادله جایگذاری کرد.

$$v = at + v_{.} \quad \Longrightarrow \quad ۹۵.۰\ \frac{m}{s} = \left(۲.۲۰\ \frac{m}{s^{۲}}\right) t + ۰\ \frac{m}{s} \quad \Longrightarrow \quad t = ۴۳.۲\ s$$

ب)

$$v_{av} = \frac{v_{.} + v}{۲} = \frac{۰\ \frac{m}{s} + ۹۵.۰\ \frac{m}{s}}{۲} = ۴۷.۵\ \frac{m}{s}$$

پ)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Longrightarrow \quad \Delta x = v_{av}\,\Delta t = \left(۴۷.۵\ \frac{m}{s}\right)(۴۳.۲\ s) = ۲.۰۵ \times ۱۰^{۳} m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Longrightarrow \quad \frac{v + v_{.}}{۲} = \frac{x - x_{.}}{t - ۰} \quad \Longrightarrow \quad x = \left(\frac{v + v_{.}}{۲}\right) t + x_{.}$$

معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت:

اگر جسمی که با شتاب ثابت و در امتداد محور x حرکت کند $t=0$ در مکان x_0 و دارای سرعت v_0 باشد در این صورت داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Longrightarrow \frac{v+v_0}{2}=\frac{x-x_0}{t-0}\Longrightarrow x=\left(\frac{v+v_0}{2}\right)t+x_0$$

با جایگذاری رابطه $v=at+v_0$ داریم:

$$x=\left(\frac{at+v_0+v_0}{2}\right)t+x_0$$

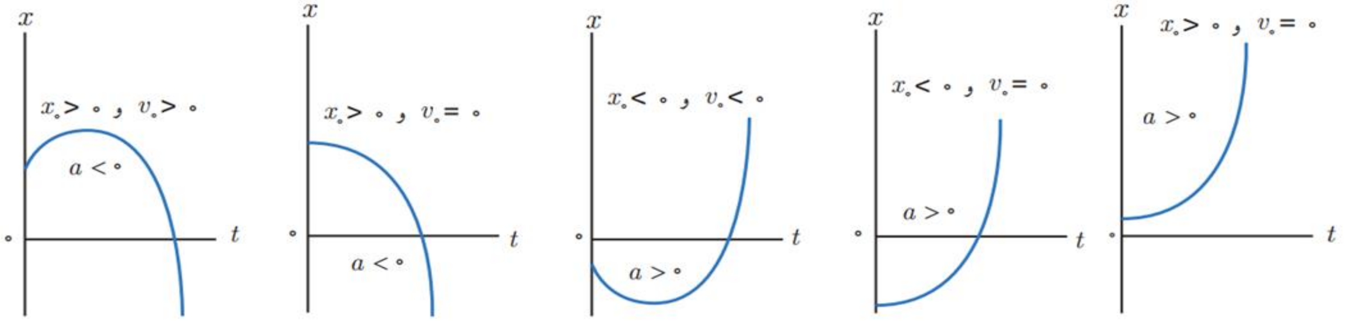
با ساده سازی به عبارت زیر می‌رسیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$$

که به آن معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت می‌گویند.

به یاد داشته باشید که سطح زیر نمودار سرعت-زمان و محور زمان در هر بازه زمانی برابر جابه‌جایی در آن بازه است.

درشکل زیر چند نمونه ازحالت های مختلف نمودار های مکان-زمان مربوط به حرکت با شتاب ثابت را می‌بینیم.



شکل زیرنمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که

با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند.

الف) شتاب متحرک را پیدا کنید.

ب) معادله سرعت ــ زمان متحرک را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

پ) جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی صفر تا ۳.۰s پیدا کنید.

ت) جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی صفر تا ۳.۰s حساب کنید و نتیجه را با قسمت پ مقایسه کنید.

ث) سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی صفر تا ۳.۰s پیدا کنید.

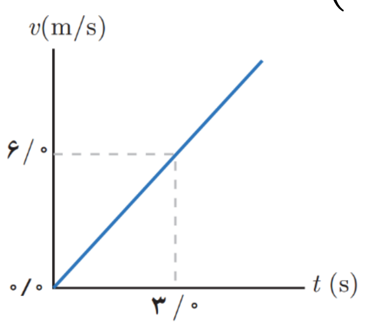
پاسخ:

الف) شیب خط چین مماس بر منحنی در نمودار $x - t$ و در $t = ۰s$ برابر صفر است. و این یعنی سرعت متحرک در این لحظه صفر است $(v_0 = ۰\frac{m}{s})$. با توجه به اطلاعات روی نمودار داریم:

$$x_0 = -۹.۰m \quad , \quad t = ۳.۰s \ \rightarrow x = ۰m \ , \quad v_0 = ۰\frac{m}{s}$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_0 t + x_0 \Rightarrow ۰ = \frac{۱}{۲}a(۳.۰)^۲ + ۰ + (-۹.۰m) \Rightarrow a = ۲.۰\ {}^{m}/{}_{s^۲}$$

ب) $$v = at + v_0 \quad \Rightarrow \quad v = \left(۲.۰\frac{m}{s^۲}\right)t + ۰ \quad \Rightarrow v = (۲.۰\ {}^{m}/{}_{s^۲})t$$



پ) با توجه به نمودار مکان-زمان، جابجایی متحرک در بازه زمانی صفر تا ۳ ثانیه برابر است با:

$$\Delta x = ۰ - (-۹.۰m) = ۹.۰m$$

ت) سطح بین منحنی سرعت و محور زمان در نمودار سرعت ــ زمان، برابر است با :

$$\left(\frac{۱}{۲} \times ۶.۰\ {}^{m}/_{s}\right)(۳.۰s) = ۹.۰m$$

که با نتیجه قسمت پ سازگار است.

ث) داریم: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۹.۰m}{۳.۰s} = ۳.۰\ {}^{m}/_{s}$

البته می‌توانستیم سرعت متوسط در این بازه زمانی را از رابطه $v_{av} = \frac{v_{.}+v}{۲}$ نیز محاسبه کنیم که به همین جواب می‌رسیدیم.

معادله سرعت-جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت:

در معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت داشتیم:

$$x = \left(\frac{v + v_{.}}{۲}\right)t + x_{.}$$

با جایگذاری t از رابطه $v = at + v_{.}$ در معادله بالا خواهیم داشت:

$$x = \left(\frac{v + v_{.}}{۲}\right)\left(\frac{v - v_{.}}{a}\right) + x_{.}$$

با ساده سازی این عبارت به معادله زیر می‌رسیم:

$$v^{۲} = v_{.}^{۲} + ۲a\Delta x$$

این رابطه را برای هر بازه زمانی دلخواه مانند $t_{۱}$ تا $t_{۲}$ نیز قابل استفاده است که در آن $x_{۱}$ و $v_{۱}$ متناظر با لحظه $t_{۱}$ و $x_{۲}$ و $v_{۲}$ متناظر با لحظه $t_{۲}$ هستند.

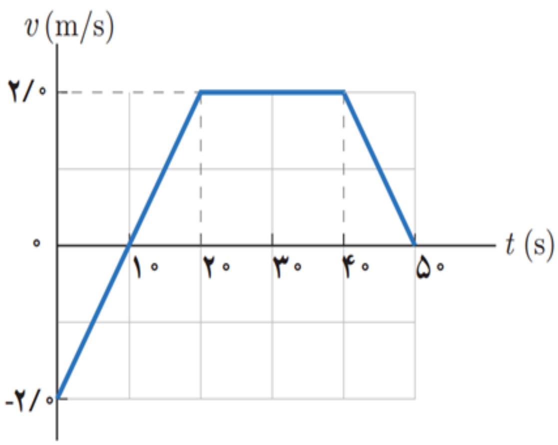
مثال ها

متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند در لحظه $t = ۰$ از مکان $x_{۰} = ۰$ می‌گذرد. نمودار سرعت- زمان این متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) متحرک در کدام بازه زمانی، در جهت محور x و در کدام بازه زمانی در خلاف جهت محور x حرکت کرده است؟

ب) در چه لحظه یا لحظه هایی جهت حرکت متحرک تغییر کرده است؟

پ) با توجه به نمودار سرعت ــ زمان توضیح دهید در کدام بازه های زمانی حرکت جسم تندشونده و یا کُندشونده است.



ت) مکان متحرک را در هر یک از لحظه های $t_{۱} = ۱۰s$ ، $t_{۲} = ۲۰s$ ، $t_{۳} = ۴۰s$ و $t_{۴} = ۵۰s$ پیدا کنید و روی محور x نشان دهید.

ث) مسیر حرکت متحرک را رسم کنید و با توجه به آن، جابه‌جایی و مسافت طی شده را در کل زمان حرکت پیدا کنید.

ج) مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ را حساب کنید و مقدار آن را با جابه‌جایی متحرک در قسمت قبل مقایسه کنید.(مساحت بخشی از سطح را که زیر محور است منفی بگیرید)

پاسخ:

الف) با توجه به نمودار در بازه زمانی ۰ تا $t_1 = 10s$ ، سرعت متحرک منفی است و بنابراین در جهت منفی محور x حرکت کرده است. همچنین در بازه زمانی $t_1 = 10s$ تا $t_4 = 50s$ سرعت متحرک مثبت است و بنابراین در جهت مثبت محور x حرکت کرده است.

ب) تنها در لحظه $t_1 = 10s$ علامت سرعت و در نتیجه جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

پ)

- در بازه زمانی ۰ تا $t_1 = 10s$ تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کندشونده است.
- در بازه زمانی $t_1 = 10s$ تا $t_2 = 20s$ تندی در حال افزایش و در نتیجه حرکت تندشونده است.
- در بازه زمانی $t_2 = 20s$ تا $t_3 = 40s$ حرکت با سرعت ثابت است.
- در بازه زمانی $t_3 = 40s$ تا $t_4 = 50s$ تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کندشونده است.

ت) در بازه زمانی ۰ تا $t_2 = 20s$ حرکت با شتاب است. بنابراین:

$$v = at + v_0 \implies \left(20\frac{m}{s}\right) = a(20s) + \left(-20\frac{m}{s}\right) \implies a = 2\frac{m}{s^2}$$

در این صورت در لحظه $t_1 = 10s$ داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \implies x_1 = \frac{1}{2}\left(0.20\,\frac{m}{s^2}\right)(10s)^2 + \left(-2.0\,\frac{m}{s}\right)(10s) + 0$$

$$\implies x_1 = -10m$$

در لحظه $t_2 = 20s$ داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \implies x_2 = \frac{1}{2}(0.20\,\frac{m}{s^2})(20s)^2 + \left(-2.0\,\frac{m}{s}\right)(20s) + 0$$

$$\implies x_2 = 0$$

درباره زمانی $t_2 = 20s$ تا $t_3 = 40s$ حرکت با سرعت ثابت روی خط راست است. بنابراین:

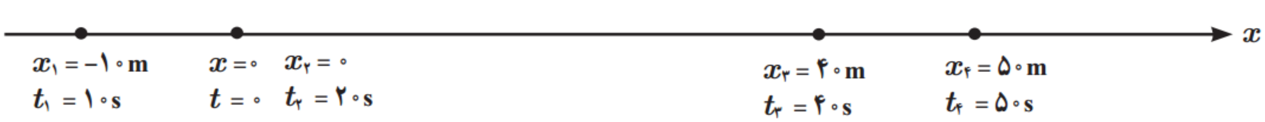
$$\Delta x = v\Delta t \implies \Delta x = \left(2.0\,\frac{m}{s}\right)(40s - 20s) = 40m$$

در نتیجه متحرک در لحظه $t_3 = 40s$ در مکان $x_3 = x_2 + \Delta x = 0 + 40m = 40m$ قرار دارد.

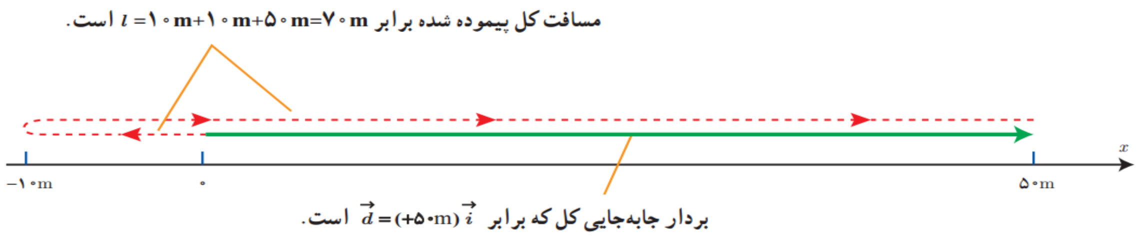
درباره زمانی $t_3 = 40s$ تا $t_4 = 50s$ حرکت با شتاب ثابت است. بنابراین داریم:

$$\Delta x = \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)\Delta t = \frac{2.0\,\frac{m}{s} + 0}{2}(10s) \implies \Delta x = 10m$$

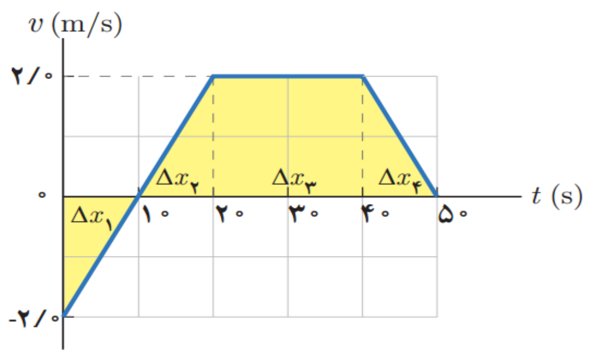
در نتیجه متحرک در لحظه $t_4 = 50s$ در مکان $x_4 = x_3 + \Delta x = 40m + 10m = 50m$ قرار دارد.



ث) در شکل زیر **جابه‌جایی** و **مسافت** طی شده توسط متحرک در **کل زمان** حرکت نشان داده شده است.



ج) **مساحت سطح** زیر **نمودار سرعت ــ زمان** که با رنگ زرد در شکل مشخص شده است، برابر **جابه‌جایی** متحرک است. به این ترتیب برای هر یک از بازه های زمانی داریم:



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\left(-2.0\,\frac{m}{s}\right)(10\,s) = -10\,m$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}\left(2.0\,\frac{m}{s}\right)(10\,s) = 10\,m$$

$$\Delta x_3 = \left(2.0\,\frac{m}{s}\right)(20\,s) = 40\,m$$

$$\Delta x_4 = \frac{1}{2}\left(2.0\,\frac{m}{s}\right)(10\,s) = 10\,m$$

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = -10\,m + 10\,m + 40\,m + 10\,m = 50\,m$$

"همان طور که از نتیجه بالا دیده میشود، **مساحت سطح بین نمودار سرعت ــ زمان و محور زمان در کل زمان حرکت، باجابه‌جایی متحرک برابر است.**